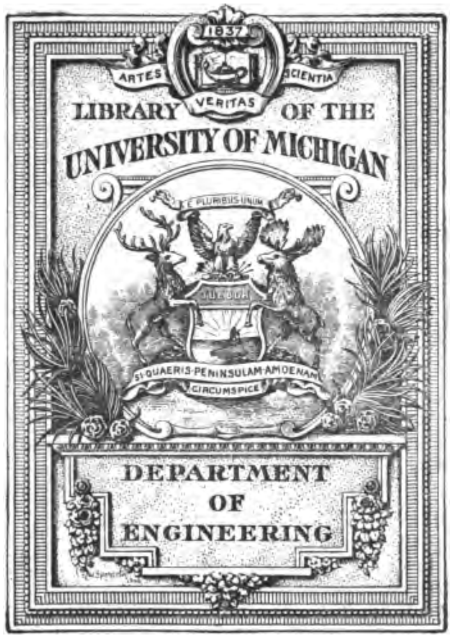

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING

COURS ÉLÉMENTAIRE

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE.

ANGERS, IMPRIMERIE DE COSNIER ET LACHÈSE.

2330

COURS ÉLÉMENTAIRE

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE,

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DES ÉCOLES ROYALES D'ARTS ET MÉTIERS,

Par J. Jariez,

SOUS-DIRECTEUR DE L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS DE CHALONS-SUR-MARNE,
ANCIEN SOUS-DIRECTEUR DE L'ÉCOLE D'AIX,
EX-PROFESSEUR DE MÉCANIQUE INDUSTRIELLE, DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE
A L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS D'ANGERS.

OUVRAGE ADOPTÉ PAR L'ÉCOLE DES ARTS INDUSTRIELS
ET DU COMMERCE,

DIRIGÉE PAR M. PINEL-GRANDCHAMP, RUE DE CHARONNE, 95, A PARIS.

Deuxième Partie.

SECONDE ÉDITION.

PARIS,
MATHIAS, A LA LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIELLE, QUAI MALAQUAIS, 15.
ANGERS,
LIBRAIRIE DE COSNIER ET LACHÈSE. rue Chaussée-Saint-Pierre, 15.
CHALONS-SUR-MARNE,
LIBRAIRIE DE BONIEZ-LAMBERT.

MARSEILLE,
LIBRAIRIE DE Mme CAMOIN.
TOULON,
LIBRAIRIE DE MONGE ET VILLAMUS.
AIX,
LIBRAIRIE DE MAKAIRE ET DELEUIL.

1848.

COURS ÉLÉMENTAIRE

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DES ÉCOLES ROYALES D'ARTS ET MÉTIERS.

DES FLUIDES.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES (*).

§ 405. *Propriété fondamentale des fluides.* — La principale propriété dont jouissent les fluides, et la seule, pour ainsi dire, sur laquelle les lois de leur équilibre et de leurs mouvements soient fondées, consiste en ce que leurs molécules cèdent sans résistance sensible aux efforts qui tendent à leur faire changer de situation les unes par rapport aux autres. Il en résulte évidemment que, lorsqu'une masse de fluide est en équilibre, ou toutes les molécules sont également pressées dans toutes les directions, ou si une molécule est plus pressée d'un côté que d'un autre, c'est qu'elle est animée par des forces particulières, dont la résultante est

(*) Nous ne ferons que rappeler en peu de mots, dans ce chapitre, les propriétés physiques des fluides les plus essentielles à connaître pour l'intelligence de la suite du cours.

COURS ÉLÉMENTAIRE

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE.

ANGERS, IMPRIMERIE DE COSNIER ET LACHÈSE

COURS ÉLÉMENTAIRE

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE,

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DES ÉCOLES ROYALES D'ARTS ET MÉTIERS,

Par J. Jariez,

SOUS-DIRECTEUR DE L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS DE CHALONS-SUR-MARNE,
ANCIEN SOUS-DIRECTEUR DE L'ÉCOLE D'AIX,
EX-PROFESSEUR DE MÉCANIQUE INDUSTRIELLE, DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE
A L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS D'ANGERS.

OUVRAGE ADOPTÉ PAR L'ÉCOLE DES ARTS INDUSTRIELS
ET DU COMMERCE,

DIRIGÉE PAR M. PINEL-GRANDCHAMP, RUE DE CHARONNE, 95, A PARIS.

Deuxième Partie.

SECONDE ÉDITION.

PARIS,
MATHIAS, A LA LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE
ET INDUSTRIELLE, QUAI MALAQUAIS, 15.
ANGERS,
LIBRAIRIE DE COSNIER ET LACHÈSE.
rue Chaussée-Saint-Pierre, 15.
CHALONS-SUR-MARNE,
LIBRAIRIE DE BONIEZ-LAMBERT.

MARSEILLE,
LIBRAIRIE DE M^me CAMOIN.
TOULON,
LIBRAIRIE DE MONGE ET VILLAMUS.
AIX,
LIBRAIRIE DE MAKAIRE ET DELEUIL.

1848.

nous aurons écrit que le tuyau est capable de résister à la pression; ce qui conduit à l'égalité $2\pi r.\, l.\, p.\, r' = 2\pi r' T_r.\, l.\, e.$ D'où $p.\, r = T_r.\, e.$ d'où enfin

$$e = \frac{p.\, r.}{T_r}.$$

La pression p sur l'unité de surface est donnée par la formule $p = 1000.\, l.$ kil. donc

$$e = \frac{1000.\, l.\, r}{T_r}.$$

Soit à trouver l'épaisseur d'un tuyau en fer laminé destiné à supporter une charge d'eau de 100^m, le rayon du tuyau étant de $0^m,2$ et le coëfficient T_r de résistance à la traction étant 10000000 kil. On trouve $e = 0^m,002$.

Jusqu'ici nous n'avons examiné que le cas où le tuyau aurait une longueur indéfinie. Mais s'il était terminé par un fond, il faudrait encore déterminer l'épaisseur de ce fond, sans tenir compte de la solidité du support. On y parvient avec une approximation suffisante pour la pratique, en assimilant le fond circulaire à une plaque rectangulaire encastrée par ses deux extrémités, et en déterminant son épaisseur, comme on l'a fait, § 409, pour la vanne, en donnant à l pour valeur celle du rayon du tuyau.

§ 411. *Théorie de la presse hydrostatique.* — La propriété dont jouissent les liquides de s'établir de niveau dans les vases qui communiquent entre eux, et le principe de l'égalité de pression, nous fournissent le moyen d'expliquer les effets puissants d'une machine employée dans les arts industriels pour opérer des pressions énormes. Cet appareil porte le nom de *presse hydrostatique.*

Il se compose de deux cylindres de diamètres différents et communiquant entre eux. Si l'on verse un liquide quelconque dans l'un d'eux, il s'établira de niveau dans les deux cylindres, et le liquide sera ainsi en équilibre. Supposons maintenant qu'on ait placé un piston dans chaque cylindre, et qu'on exerce une pression p sur la surface du petit piston,

(*fig.* 220). Le liquide transmettra cette pression intégralement sur toutes les étendues égales à la surface du petit piston, de sorte que les deux pressions exercées sur les deux pistons seront entre elles comme les surfaces pressées, et l'on aura en désignant ces surfaces par S et s, et ces pressions par P et p,

$$\frac{P}{p}=\frac{S}{s}.$$

La valeur de P tirée de cette équation donnerait le poids qu'il faudrait placer sur le grand piston pour maintenir le liquide en équilibre, ou enfin l'effort exercé par ce grand piston sur des substances que l'on aurait pour but de réduire à un plus petit volume. On voit par là que si l'aire du grand piston est 100 fois celle du petit, la pression exercée sur le grand piston sera 100 fois celle exercée sur le petit. On agrandit encore les effets de cette machine en appliquant la force f dont on peut disposer à l'extrémité d'un levier L. On trouvera alors les conditions d'équilibre, comme il a été dit § 266. Les conditions d'équilibre entre P et p sont :

$$\frac{P}{p}=\frac{S}{s}.$$

Celles du levier entre les forces p et f sont

$$\frac{p}{f}=\frac{L}{l}.$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, et réduisant, il vient :

$$\frac{P}{f}=\frac{S.L}{s.l}.\text{ D'où } P=f.\frac{S.L}{s.l}\text{..... (1).}$$

L'effort f exercé à l'extrémité du levier L se trouve donc sur le grand piston multiplié par le rapport des aires du grand et du petit piston, et par le rapport des leviers L et l. Soit 100 le rapport des aires; 10 celui des leviers, le poids d'un homme, 50 kil. environ, appliqué sur le petit piston

sera donc répété 1000 fois sur le grand où la pression exercée sera par conséquent 50000 kil. On peut, comme on le voit, agrandir autant qu'on le veut les effets de cette machine, en augmentant le rapport des surfaces des pistons, et aussi en augmentant celui des leviers L et l.

Voici quelques données sur l'une de ces presses : Le petit piston a $0^m,02$ de diamètre, celui du grand piston est de $0^m,27$. Le point d'appui est à une distance $0^m,08$ de la tige du petit piston ; la longueur du levier sur lequel les hommes agissent est $1^m,20$. Soit enfin f l'effort exercé par les hommes $=100$ kil. on aura donc (1),

$$P=f.\frac{\pi R^2.L}{\pi r^2.l}=100\,\frac{(0,27)^2.\ 1,20}{(0,02)^2.\ 0,08}=273375\text{ kil.}$$

Il est bien entendu qu'on fait ici abstraction des frottements qui sont énormes dans cette machine, et qui absorbent une grande partie de la puissance. Cependant les pertes sont encore plus considérables dans les presses ordinaires, puisque celles-ci ne produisent en effet utile qu'environ le $\frac{1}{5}$ des premières.

§ 412. *Usages de la presse hydrostatique.* — On remplace souvent l'eau par l'huile dans l'usage que l'on fait de la presse hydrostatique.

Cet appareil est employé dans beaucoup de circonstances: il sert dans les ports à éprouver les chaînes que la marine destine à son usage ; à éprouver les chaudières, les canons.

Dans le commerce on l'utilise pour presser les draps, les étoffes et jusqu'au foin qu'on transporte dans les colonies. Ce dernier acquiert une consistance telle qu'on est obligé d'employer la hache pour le couper.

Enfin il sert à extraire les huiles des plantes oléagineuses. et le jus de la betterave qui, porté dans les chaudières et traité convenablement, se transforme en sirop et de là se partage en sucre et en mélasse.

On a calculé qu'avec trois chevaux-vapeur on peut faire

marcher toutes les machines nécessaires à une fabrique de sucre de betterave produisant environ 600 kil. de sucre par jour.

§ 413. *Description de la presse hydrostatique.* — Voici quelques détails sur sa construction, (*fig.* 221) : l'eau est renfermée dans une bâche, le petit cylindre se prolonge suivant un tube qui plonge dans cette bâche. A l'intersection du petit cylindre et du tube on trouve une soupape qui s'ouvre de bas en haut et qui permet à l'eau de s'introduire dans le petit cylindre lorsqu'on élève le petit piston. Le tube est terminé par une pomme d'arrosoir, afin d'empêcher l'introduction des matières étrangères. Lorsque le petit piston descend, la soupape se ferme et l'eau s'écoule par le conduit *c* en ouvrant une autre soupape qui se referme aussitôt ou lorsque le petit piston est soulevé de nouveau. L'eau arrivée dans le grand cylindre, force le grand piston à s'élever et à presser les substances qui se trouvent entre les deux tables *T* et *T*'' dont l'une fait corps avec le piston, et dont l'autre est fixe. Pour empêcher les fuites de liquide qui pourraient avoir lieu entre le grand piston et son cylindre, on adapte dans une rainure pratiquée dans la paroi du cylindre un fourreau de cuir *f* appelé *fourreau de Bramah,* du nom de son inventeur. Ce fourreau coupé par un plan passant par l'axe du cylindre donne pour section un demi-cercle uni à deux parois verticales qui s'appliquent l'une sur le piston, l'autre sur la paroi de la rainure. Lorsque l'eau est pressée dans le grand cylindre, elle réagit sur la partie concave du fourreau et l'applique fortement sur la base de la pièce supérieure. Em même temps elle force les parties latérales du fourreau à s'appliquer sur le piston et sur la rainure, et plus la pression est grande, plus le contact est parfait. La soupape *g* sert à déterminer la valeur de la pression obtenue, au moyen du poids *p* et des distances $f'x$, $f'y$ de ce poids et de la soupape au point fixe *f'*. La vis *k* sert à la dépression.

§ 414. *Remarque.* — Nous pouvons faire ici une remarque analogue à celle qui a déjà été faite plusieurs fois au sujet des machines, c'est que l'avantage que présente celle-ci dans

l'état d'équilibre diparaît lorsqu'il y a mouvement, et qu'on tient compte de l'espace parcouru. Car, en réduisant la machine aux deux pressions exercées sur les deux pistons, on a trouvé que ces pressions étaient entre elles comme les surfaces de ces pistons, ce qui donne

$$\frac{P}{p}=\frac{\pi R^2}{\pi r^2} \text{ ou } \frac{P}{p}=\frac{R^2}{r^2}.$$

Or, lorsque le petit piston parcourt une certaine longueur l, il est sorti du petit cylindre une quantité d'eau dont le volume est $\pi r^2 l$. Cette même quantité est entrée dans le grand cylindre et y a occupé le même volume dont l'expression est ici $\pi R^2 L$, L étant le chemin parcouru par le grand piston. On a donc la nouvelle égalité :

$$\pi R^2 L=\pi r^2 l \text{ ou } \frac{R^2}{r^2}=\frac{l}{L}.$$

Rapprochant cette égalité de la précédente

$$\frac{P}{p}=\frac{R^2}{r^2}, \text{ il vient } \frac{P}{p}=\frac{l}{L}, \text{ ou } PL=pl,$$

c'est-à-dire que les travaux des forces P et p sont égaux, ou enfin que si, pour l'équilibre, une petite pression exercée sur le petit piston devient par exemple 100 fois plus grande sur le grand piston, lorsqu'il y a mouvement, le chemin parcouru par le grand piston est 100 fois plus petit ; mais le but que l'on se propose ici est d'obtenir une grande pression, et l'on se résigne même pour atteindre ce but, à perdre en frottement une grande partie du travail moteur.

§ 415. *Elasticité d'un gaz. Sa force élastique.* — Si l'on appliquait aux gaz ce qui a été dit des liquides relativement aux pressions qu'ils exercent sur les parois des vases qui les renferment, on arriverait à des conclusions analogues; seulement les résultats seraient bien moindres à cause du peu de poids des substances gazeuses. Mais il y a un élément de plus à considérer ici, si l'on se rappelle la propriété dont jouis-

sent les gaz, et qui sert à les définir, propriété en vertu de laquelle ils tendent toujours à occuper un plus grand volume. C'est cette propriété, qu'on nomme leur *élasticité*, qui leur a valu le nom de *fluides élastiques*.

Cette propriété fait concevoir que si un gaz est renfermé dans une capacité que le vide entoure de toute part, il fera ressort pour sortir de cette capacité, et exercera contre ses parois une pression qui ne sera plus due à son poids. C'est cette partie de la pression qu'exerce un gaz sur la paroi d'un vase qui le renferme, pression due à son élasticité, que l'on nomme sa *force élastique*, lorsque cette pression est exercée sur l'unité de surface.

Nous avons supposé le vase entouré du vide, afin de faire comprendre que le gaz fait alors effort pour sortir par une ouverture que l'on aurait pratiquée au vase. S'il n'en était pas ainsi, et si l'air entourait le vase, les pressions intérieures n'en existeraient pas moins, mais elles seraient équilibrées par la pression extérieure, car l'air ferait pour entrer dans le vase, le même effort que celui qui est dans le vase fait pour en sortir, et le mouvement n'a lieu d'aucun côté parce que l'équilibre existe.

Ces divers phénomènes nous font voir que dans les gaz les forces moléculaires sont répulsives, tandis qu'elles sont attractives dans les solides, et aussi dans les liquides quoiqu'elles y soient très faibles. Ainsi nous le répétons, les pressions exercées par les gaz sont de deux sortes, l'une due à leur poids, et qui peut se mesurer comme nous l'avons fait pour les liquides, et l'autre due à leur élasticité, c'est-à-dire à leur tendance à occuper un plus grand volume. La première de ces pressions est généralement négligeable, à cause de la petite masse de gaz que l'on a généralement à considérer, et aussi à cause de son peu de poids. Par conséquent nous ne tiendrons compte dans la suite que de la partie de la pression qu'on nomme la force élastique.

§ 416. *Moyens de faire varier la force élastique des gaz.* — L'expérience constate que lorsqu'on augmente ou que

l'on diminue le volume d'un gaz, on diminue ou l'on augmente sa force élastique ; et si l'on remarque qu'augmenter ou diminuer le volume d'un gaz, c'est diminuer ou augmenter sa densité, c'est-à-dire sa masse ou son poids sous le même volume, on en conclura que la force élastique d'un gaz augmente ou diminue lorsque l'on augmente ou que l'on diminue sa densité.

Il résulte évidemment de là que si dans un espace fermé occupé par un gaz, on introduit une nouvelle quantité de ce gaz, sa densité augmente et par conséquent aussi sa force élastique, et qu'au contraire si l'on enlève une portion de ce gaz, la force élastique de celui qui reste est diminuée.

§ 417. *Pression atmosphérique.* — On appelle *pression atmosphérique* le poids d'une colonne d'air qui aurait pour base un centimètre carré et qui s'étendrait depuis le sol jusqu'aux limites de l'atmosphère. Cette pression doit donc varier avec la hauteur de la couche que l'on considère. Au sommet d'une montagne elle doit être plus petite qu'au niveau des mers. La force élastique de l'air d'un lieu étant équilibrée par cette pression, cette dernière peut donc servir de mesure à la force élastique de l'air de ce lieu.

§ 418. *Valeur de la pression atmosphérique.* — La pression atmosphérique est équilibrée, dans le tube barométrique, par une colonne de mercure de même base, et dont la hauteur moyenne est de $0^{m},76$. D'où il suit que pour avoir la valeur de cette pression, il suffit de chercher celle qui est exercée par cette colonne de mercure sur sa base. Cette dernière, § 408, aura pour expression le volume de la colonne par la densité du mercure, ou 76 centimètres cubes multipliés par $13^{g},6$, ce qui donne 1033^{g}, ou environ un kilogramme.

Ainsi, le poids d'une colonne d'air ayant pour base un centimètre carré et pour hauteur celle de l'atmosphère est égal à un kilogramme.

§ 419. *Identité de la pression atmosphérique, de la force*

élastique de l'air, et de la hauteur barométrique. — D'après ce qui vient d'être dit dans les §§ 417 et 418, nous voyons que la force élastique de l'air d'un lieu, la pression atmosphérique dans ce lieu, enfin la hauteur ou la pression barométrique, ont la même valeur, lorsque toutes ces choses sont exprimées en unités de même espèce. En poids cette valeur est de *un kilogramme.* On ne sera donc pas surpris d'entendre dire quelquefois que la force élastique d'un gaz est égale à 76 centimètres, 122 centimètres, etc., car on comprend qu'une colonne de mercure ayant pu servir à mesurer la force élastique d'un gaz, lorsque ce gaz est l'air atmosphérique, le même procédé pourra être employé pour mesurer celle d'un gaz quelconque, lorsqu'elle sera plus petite ou plus grande que la pression atmosphérique. C'est une question que nous traiterons bientôt.

§ 420. *Calcul de la pression de l'air sur une surface quelconque.* — La pression de l'air sur une surface étant nécessairement proportionnelle à l'étendue de cette surface, on voit qu'il suffira de connaître l'étendue de cette dernière et de la multiplier par la valeur de la pression atmosphérique, pour avoir la pression qu'elle supporte de la part de l'air. En admettant le nombre rond de un kilogramme pour la pression sur l'unité de surface, le centimètre carré, on voit que le nombre de kilogrammes de la pression sur une surface donnée sera égal au nombre de centimètres carrés qu'elle contiendra. Un décimètre carré supportera environ 100 kilogrammes, un mètre carré 10000 kilogrammes. Cette pression donne un nombre énorme pour notre globe. Le calcul approximatif en a été fait pour un homme de moyenne taille, et l'on a trouvé environ 18000 kilog. On conçoit aisément pourquoi nos mouvements ne sont pas gênés par cette énorme pression : c'est qu'elle s'équilibre dans tous les sens, et qu'à l'intérieur il existe des gaz qui par leur ressort font aussi équilibre à cette pression extérieure.

Soit une surface de 2,348 en mètres carrés. Reculant l'in-

Un gaz est renfermé dans une éprouvette placée sur le mercure. On veut ramener le volume de ce gaz à ce qu'il serait sous une pression quelconque. Il faut d'abord déterminer son volume et sa force élastique. La première de ces quantités est facile à obtenir si l'éprouvette est graduée. La deuxième est la différence de la hauteur barométrique et de celle du mercure dans l'éprouvette au-dessus du niveau de la cuve. On opère le calcul comme précédemment. On peut éviter de faire le calcul si la pression à laquelle on veut ramener le gaz est celle de l'atmosphère à l'instant de l'expérience; car il suffit pour cela d'enfoncer le tube dans le mercure jusqu'à ce que les deux niveaux coïncident; la force élastique de l'air intérieur est alors égale à celle de l'air extérieur. Cette manœuvre est surtout facile à employer lorsque la cuve est celle à eau, car elle est plus volumineuse que la cuve à mercure.

Si le gaz est placé sur l'eau et qu'on ne puisse enfoncer le tube, il faut préalablement réduire la colonne d'eau qui sépare ce gaz du niveau de la cuve en centimètres de mercure, ce qui se fait aisément, car les deux colonnes d'eau et de mercure doivent être en raison inverse de leurs densités. Soit, par exemple, une cloche placée sur l'eau et renfermant 5 litres d'un gaz, indication donnée par les divisions de la cloche. Soit $ab = 0^{m}, 475$ (*fig.* 222), soit la pression atmosphérique $= 75^{c}, 19$. On voudrait connaître le volume du gaz sous la pression 76. La colonne ab exprimée en centimètres de mercure est d'abord égale à

$$\frac{47^{c}, 5}{13, 6}.$$

La force élastique du gaz est donc égale à

$$75^{c}, 19 - \frac{47^{c}. 5}{13 , 6}.$$

On aura donc

$$\frac{x}{5} = \frac{75, 19 - \dfrac{47, 5}{13, 6}}{76}. \text{ D'où } x = 4^{l}, 72.$$

§ 424. *Des manomètres.* — On appelle *manomètre* un appareil destiné à mesurer la force élastique d'un gaz renfermé dans un espace limité. Il est principalement employé dans les machines à vapeur pour mesurer la force élastique de la vapeur dans la chaudière ou dans d'autres parties de la machine. Les manomètres peuvent être de plusieurs formes. On conçoit qu'un baromètre ordinaire puisse servir à mesurer la force élastique d'un gaz, toutefois en augmentant suffisamment la chambre barométrique, car pour chaque atmosphère il faudrait que le tube fût plus grand de 76 centimètres environ. Cette considération doit donc limiter l'emploi du baromètre. La même observation pourra s'appliquer au manomètre qui sert ordinairement à la mesure des tensions des gaz qui s'élèvent peu au-dessus de celle de l'air. Il se compose d'un baromètre dont la grande branche $a\,b$ est ouverte (*fig.* 223), et dont la petite branche est mise en communication avec le gaz dont il s'agit de mesurer la force élastique. Ce gaz, en pressant sur le niveau c, élève le mercure dans la branche $a\,b$, et sa force élastique peut alors se mesurer, car elle est égale à celle de l'air augmentée de la différence $a\,b$ des deux niveaux dans les deux branches du manomètre. Si donc f désigne la force élastique de l'air renfermé dans la capacité B sur un centimètre carré, si h est la différence en centimètres des deux niveaux, et p la pression atmosphérique en centimètres, on aura : $f=p+h$. Dans cette formule, f sera trouvé en centimètres. Pour avoir f en kilogrammes, on remarquera que le poids d'une colonne de mercure quelconque h en grammes est $13^{g}, 598\,h$, 13, 598 étant la densité du mercure et h exprimant des centimètres. On aura donc

$$f^{gr}=1033^{gr}+13^{gr}, 598\,h.$$

Si h exprime des mètres, le nombre qu'il en exprimera sera 100 fois plus petit, il faudra donc, pour rendre les choses égales, multiplier le coëfficient par 100, ce qui donnera

Pour mettre le problême en équation, nous n'aurons qu'à ajouter à cette hauteur h la longueur de la colonne de mercure $a''b'$, et à écrire que cette somme égale la tension du gaz B. La longueur $a''b'$ est égale à deux fois bb', et $bb'=bc-b'c=l-x$; d'où $a''b'=2(l-x)$. En supposant donc la force élastique du gaz B de n atmosphères, on aura l'équation

$$nH=\frac{Hl}{x}+2(l-x).$$

Chassant le dénominateur et préparant l'équation, il vient

$$x^2-\frac{(2l-nH)}{2}x=\frac{Hl}{2}.$$

D'où l'on tire la valeur de x,

$$x=\frac{2l-nH}{4}\pm\sqrt{\frac{(2l-nH)^2}{4}}.$$

Réduisant, et omettant la seconde racine,

$$x=\frac{2l-nH+\sqrt{(2l-nH)^2+8Hl}}{4}.$$

En faisant dans cette formule $n=1$, $n=2$, $n=3$,...... les points déterminés sur le tube seront ceux où s'arrêtera le mercure lorsque la force élastique du gaz B sera égale à 1, 2, 3,...... atmosphères. On peut vérifier qu'en faisant $n=1$ on trouve $x=l$, comme cela devait être. Mais l'expression peut se simplifier en supposant que la longueur bc est égale à H. La valeur de x devient dans cette hypothèse :

$$x=\frac{2-n+\sqrt{(2-n)^2+8}}{4}H.$$

En faisant $n=1$, $n=2$, $n=3$...... dans cette valeur de x on trouve

$$x=H\,;\ x=0{,}707\,H\,;\ x=0{,}500\,H.....$$

§ 426. *Graduation du manomètre par un procédé géométrique.* — On peut encore graduer le manomètre à haute pression par un procédé purement géométrique.

Soit ab le tube, (*fig.* 225); soit cd le niveau d'une cuvette mise en communication avec la source du gaz dont on veut mesurer la force élastique. Menons par le point a une ligne ag inclinée à 45°, et élevons en a sur ab la perpendiculaire ah égale à la pression atmosphérique exprimée en centimètres. Lorsque le gaz qui presse le niveau cd a pour tension la pression atmosphérique, le niveau dans le tube coïncide avec le niveau dans la cuvette, et le volume ab du gaz renfermé dans le tube a pour force élastique la ligne ah. Lorsque le niveau cd éprouve une pression plus grande, le mercure s'élève dans le tube d'une certaine hauteur aa' jusqu'à ce que l'équilibre existe, et si au point a' nous élevons une perpendiculaire sur $a'b$, et qu'à partir de sa rencontre k avec la ligne inclinée à 45°, nous prenions une longueur km égale à la force élastique du gaz $a'b$, comme nous avons pris ah égale à la force élastique du gaz ab, la ligne $a'm$ représentera la tension du gaz qui presse sur le niveau cd. Menons maintenant ho et mn perpendiculaires sur bg et tirons hm jusqu'à la rencontre de ag en p et de bg en t. En vertu de la loi de Mariotte, on aura d'abord

$$\frac{ab}{a'b}=\frac{km}{ah}\text{; d'où } ab\times ah=a'b\times km \ldots (1).$$

Cela posé, les triangles semblables oht, nmt donnent

$$\frac{oh}{mn}=\frac{ht}{mt}.$$

Les triangles semblables aph, kpm donnent

$$\frac{ah}{km}=\frac{ph}{pm}.$$

Multipliant ces deux proportions terme à terme, et remarquant que $oh=ab$, et que $mn=a'b$, il vient :

$$\frac{ab\times ah}{a'b\times km}=\frac{ht\times ph}{mt\times pm}.$$

L'équation (1) nous fait voir que les deux premiers termes

de cette proportion sont égaux, donc les deux autres le sont aussi, et nous aurons :

$$ht \times ph = mt \times pm.$$

Or, $ht = hm + mt$; $pm = hm + ph$. Substituant,

$$(hm + mt)\,ph = mt(hm + ph).$$

Effectuant et réduisant, il vient enfin :

$$ph = mt.$$

Cette propriété du point m appartient à l'hyperbole ; ce qui nous apprend que les points tels que m obtenus en élevant par le niveau du mercure dans le tube des perpendiculaires à ab, et en prenant $a'm$ égale à la force élastique du gaz donné, que ces points, disons-nous, appartiennent à une hyperbole dont h est un des points et dont les asymptotes sont les deux lignes ag et bg. Il est aisé de construire cette courbe par points, car il suffit de mener par le point h de cette courbe déjà donné des droites quelconques comme pt qui coupent les deux asymptotes, et de prendre $tm = ph$; le point m est un point de la courbe. Si de ce point on mène l'horizontale ma', le point a' sera celui où s'arrêtera le mercure lorsque la tension du gaz qui presse en cd sera égale à $a'm$. On déduit de là le procédé pour graduer l'instrument. ah représentant une atmosphère, on porte ah sur l'horizontale bg un certain nombre de fois ; le point 0 est marqué 1', le suivant 2', le troisième 3', et ainsi de suite. On élève les perpendiculaires 2' 2'', 3' 3'', 4' 4''.... jusqu'à la rencontre de la courbe, et l'on mène des points 2'', 3'', 4''... des horizontales qui déterminent sur le tube les points 2, 3, 4,... qui signifient que lorsque le mercure arrivera à ces différents points de division, le gaz qui presse en cd aura 2, 3, 4..... atmosphères de tension. En effet, d'après notre construction, la perpendiculaire 3' 3'' se compose jusqu'à la ligne à 45° de la colonne de mercure a 3, plus de la partie k' 3'', longueur qui représente la force élastique du gaz 3 b. Or cette dernière force augmentée de la colonne a 3 fait équi-

libre au gaz qui presse en *cd*; donc ce gaz a pour tension 33", c'est-à-dire *b* 3', ou enfin 3 atmosphères. Il est aisé de voir qu'en fractionnant les divisions de la ligne *bg*, il serait possible de graduer le manomètre en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$.... d'atmosphère.

§ 427. *Autre manière d'envisager la loi de Mariotte.* — On peut énoncer la loi de Mariotte d'une autre manière, et nous allons le faire, afin de faire voir qu'elle peut s'étendre à un mélange quelconque de deux ou plusieurs gaz. Cette loi nous apprend que la force élastique ou la tension d'un gaz devient 2, 3, 4.... fois plus grande ou plus petite, lorsque le volume de ce gaz a été lui-même rendu 2, 3, 4... fois plus petit ou plus grand. Cela posé, si un volume V d'un gaz est introduit dans un vase dont la capacité soit égale à V, et si ce gaz a la force élastique f, il reviendra au même de faire occuper à ce gaz un volume 2, 3, 4...... fois plus grand, ou d'introduire dans le vase 1, 2, 3...... fois un volume V de ce même gaz et de le réunir à celui qui s'y trouve déjà. Il est évident que dans ce cas le volume du gaz a toujours été rendu 2, 3, 4.... fois plus petit; donc, en vertu de la loi de Mariotte, la tension est elle-même devenue 2, 3, 4..... fois plus grande. D'un autre côté, si nous cherchons à exprimer cette tension en fonction de celles du gaz introduit, nous reconnaîtrons que les choses se passent comme si la force élastique du gaz introduit s'était successivement ajoutée à celle du volume V primitif, de sorte, par exemple, qu'en introduisant un volume V de gaz ayant la tension f dans le vase où se trouve déjà un volume V ayant la même tension, la tension du mélange qui est égale à $2f$ est précisément la somme des deux tensions $f+f$ des deux gaz séparés. En réunissant deux fois le volume V à celui qui s'y trouve, la tension du mélange qui est égale à $3f$ peut être considérée comme égale à $f+f+f$, c'est-à-dire à *la somme des forces élastiques des gaz mélangés ramenés au même volume.* D'où nous pouvons conclure que la loi de Mariotte peut s'énoncer ainsi : *Lorsque dans un vase d'un volume V*

on introduit plusieurs volumes égaux entre eux et à V d'un même gaz ayant la même force élastique, la force élastique du mélange est égale à la somme des forces élastiques des gaz mélangés.

§ 428. *Loi de Mariotte étendue à un mélange quelconque de gaz.* — Lorsque deux gaz n'ont pas d'action chimique l'un sur l'autre, et qu'on les mêle, il s'établit rapidement un mélange homogène tel que chaque partie de ce mélange contient la même proportion de chacun de ces deux gaz; et ce qu'il y a de remarquable, c'est que la rapidité avec laquelle le phénomène s'opère est d'autant plus grande que la différence de densité des deux gaz est elle-même plus considérable.

Imaginons que dans un vase A, (*fig.* 226), ayant un volume V, on ait introduit un certain nombre de gaz ayant aussi le volume V, mais des forces élastiques différentes f', f'', f'''..... Ces gaz seront comprimés, et l'équilibre ne tardera pas à avoir lieu entre leurs forces élastiques, de sorte que la force élastique du mélange aura acquis une valeur F du mélange. On a donc la première égalité : $V' F = V f'$. De même le gaz dont le volume était V et la tension f' occupe dans le vase un volume V'' avec la tension F. On a donc aussi $V'' F = V f''$. On aurait de même $V''' F = V f'''$, et ainsi de suite. En rapprochant toutes ces égalités, et ajoutant membre à membre, il vient :

$$V' F + V'' F + V''' F + \ldots = V f' + V f'' + V f''' + \ldots$$

ou bien

$$F (V' + V'' + V''' + \ldots) = V (f' + f'' + f''' + \ldots).$$

Mais $V' + V'' + V''' + \ldots = V$. Donc, $F = f' + f'' + f''' + \ldots$;

c'est-à-dire que *la force élastique du mélange de plusieurs gaz ramenés au même volume et introduits dans un vase ayant ce volume, est égale à la somme des forces élastiques de ces mêmes gaz avant leur mélange.* Ce résultat peut être

vérifié par l'expérience en adaptant un manomètre à l'appareil.

Nous reviendrons plus tard sur ces diverses propriétés des gaz, pour y faire intervenir les variations de la température que nous avons supposées nulles dans tout ce qui précède.

DES POMPES.

§ 429. *Pompe foulante.* — Le jeu des pompes est fondé sur l'équilibre qui s'établit entre les liquides et les gaz.

Il y a beaucoup d'espèces de pompes. Mais leur mécanisme se réduit à celui de deux principales, la *pompe foulante* et la *pompe aspirante.*

Elles ont toutes un corps de pompe et un piston. Dans la *pompe foulante,* le piston est plein; le corps de pompe plonge dans l'eau qu'on veut élever. Une soupape S (*fig.* 227), est située à la partie inférieure de ce corps de pompe; une autre soupape S' est située à la naissance du tuyau d'ascension ou de refoulement AB. Lorsqu'on élève le piston, l'eau soulève la soupape S, et passe dans le corps de pompe. Lorsqu'on l'abaisse, cette soupape se ferme, l'autre s'ouvre, et l'eau est chassée dans le tube AB.

§ 430. *Pompe aspirante.* — Dans la pompe aspirante, le piston porte une soupape S' (*fig.* 228). Le tuyau CD nommé *tuyau d'aspiration* plonge dans l'eau. A sa jonction avec le corps de pompe se trouve une seconde soupape S. Lorsqu'on élève le piston, on raréfie l'air contenu dans le corps de pompe, la soupape S s'ouvre, et l'eau s'élève dans le tuyau d'aspiration. Lorsqu'on abaisse le piston, la soupape S' s'ouvre, et l'air est chassé dans l'atmosphère. Aux coups de piston suivants, l'eau parvient jusqu'à la soupape S, l'ouvre, et s'introduit dans le corps de pompe. En abais-

alors qu'il y a *arrêt* dans la pompe. Une des causes qui produisent ce phénomène est due à ce que le piston ne descend pas jusqu'au fond du corps de pompe, et que l'air comprimé par ce piston n'acquiert pas une force élastique suffisante pour soulever sa soupape. Au coup de piston suivant, l'eau ne s'élève pas davantage, puisqu'il n'y a eu aucun changement opéré dans l'équilibre qui existait auparavant.

En appelant toujours x la hauteur à laquelle l'eau est arrivée dans le tuyau d'aspiration, et m la section du corps de pompe, nommons l la distance du fond du corps de pompe à la position la plus élevée du piston, et l' sa véritable course. Supposons le piston au haut de sa course. L'air renfermé dans le corps de pompe et dans le tuyau d'aspiration a une force élastique égale à $H-x$. Lorsqu'on abaisse le piston, le gaz du corps de pompe qui avait un volume ml, passe au volume $m\,(l-l')$, et acquiert une force élastique égale à

$$\frac{ml\,(H-x)}{m\,(l-l')} \text{ ou à } \frac{(lH-x)}{l-l'}.$$

Pour que cette force élastique soit capable de soulever la soupape du piston, il faut donc qu'on ait

$$\frac{l\,(H-x)}{l-l'} > H$$

ou, en réduisant :

$$\frac{H}{x} > \frac{l}{l'}.$$

Toutes les fois que cette inégalité existera, l'eau s'élèvera au-dessus de x au coup de piston suivant. Si donc on veut qu'elle atteigne le piston, ce qui est nécessaire pour qu'en l'abaissant de nouveau, l'eau puisse passer au-dessus de lui, si la pompe est aspirante, et puisse être injectée dans le tuyau d'ascension, si la pompe est aspirante-foulante, il faudra remplacer x par h dans cette inégalité, en désignant par h la distance de la position inférieure du piston au niveau de l'eau.

Il est donc de la dernière importance, pour éviter l'arrêt, de faire descendre le piston le plus près possible du fond du corps de pompe.

L'arrêt pourrait encore avoir lieu si la vitesse du piston, en montant, était plus grande que celle de l'eau dans les tuyaux. Cela arrive lorsque ces tuyaux sont trop étroits, auquel cas l'effort qu'il faut faire pour vaincre la force d'inertie de l'eau et le frottement est plus petit que l'effort moteur appliqué au piston. Il importe donc que le piston n'ait qu'une vitesse modérée; dans les pompes les mieux construites, cette vitesse n'excède point 16 centimètres par seconde.

§ 435. *Travail des pompes.* — Il existe quelques principes communs à toutes les espèces de pompe. 1° Le volume de l'eau élevée à chaque coup de piston est égal au volume du corps de pompe parcouru par le piston, aux fuites près qui s'effectuent toujours par le jeu laissé entre le piston et le corps de pompe. 2° Le travail total développé sur la tige du piston est égal au travail des résistances nuisibles augmenté du travail utile, et *ce dernier est toujours égal à la quantité d'eau élevée multipliée par la distance du niveau du réservoir au dégorgeoir de la pompe.*

Le premier principe est évident, pour toutes les pompes, et le second l'est également pour les pompes foulantes. Dans la pompe aspirante, lorsque le piston monte, il est pressé de haut en bas par la pression atmosphérique A; de bas en haut par la pression atmosphérique A diminuée de la distance h du centre de gravité de la partie du corps de pompe correspondant à la course. En réalité, il n'a donc à vaincre qu'une colonne d'eau ayant $A-(A-h)$ ou h pour hauteur. Ce premier travail dépensé est donc égal à Vh, en désignant par V le volume de l'eau élevée, qui est toujours égal au volume du corps de pompe correspondant à la course du piston. Mais le piston a en outre à soulever jusqu'au dégorgeoir la même masse d'eau. En appelant donc h' la distance du centre de gravité du volume de la course au dégorgeoir, Vh' sera encore le travail dépensé dans cette

circonstance ; donc, en résumé, le travail développé sur la tige du piston doit être égal à $Vh + Vh'$, ou à VH, en désignant par H la distance du déversoir au puisard.

On ferait le même raisonnement pour la pompe aspirante et foulante. Il y aurait pourtant cette différence, que la première partie du travail précédemment calculée serait appliquée sur le piston pendant sa montée, et la deuxième pendant sa descente, tandis que dans la pompe aspirante et dans les pompes foulantes, le moteur n'agit que pendant une demi-oscillation.

§ 436. *Irrégularité du travail des pompes.* — Cette dernière remarque nous conduit à comparer ces trois espèces de pompes, sous le rapport de la régularité du travail. Dans la pompe foulante, le travail est fort inégal, car le moteur n'agit utilement que dans une demi-oscillation du piston. Dans l'autre demi-oscillation, il n'a que les frottements à vaincre. La même remarque a lieu pour la pompe aspirante. Quant à la pompe aspirante et foulante, le travail de la montée est égal à celui de la descente, lorsque le centre de gravité de la partie du corps de pompe parcourue par le piston est à égale distance du réservoir et du déversoir. Le travail devient alors très régulier.

§ 437. *Moyens de régulariser l'action des pompes. Pompes à réservoir d'air.* — On régularise l'action des pompes de plusieurs manières. Quelquefois on arme les balanciers de contrepoids dont le poids est la moitié de la résistance moyenne que le piston doit vaincre en montant, et qui descendent ou montent, en même temps que le piston s'élève ou descend.

Pour les pompes aspirantes et foulantes on se sert de réservoirs d'air qui ont en outre l'avantage de rendre le jet continu. L'eau, au lieu de s'élever immédiatement dans le tuyau d'ascension, entre dans une capacité C par la soupape S' (*fig.* 232), qui se referme lorsque le piston s'élève. Elle s'ouvre toutes les fois qu'on fait descendre le piston; alors l'eau entre dans le récipient, et y comprime l'air qui

y est contenu ; quand le piston monte, la soupape se ferme, l'air comprimé exerce sa force expansive, repousse l'eau du récipient, et la chasse dans le tube d'ascension *A B*.

Le récipient d'air donne un écoulement continu mais non pas uniforme, car le ressort de l'air a toute sa vigueur, et produit le plus grand effet lorsqu'il commence à exercer sa pression sur l'eau du récipient. Mais à mesure que l'eau monte, l'air se dilate de plus en plus, et la quantité d'eau qu'il refoule diminue à chaque instant.

On a pu remarquer que la pompe à réservoir d'air seule produit un jet continu. L'intermittence est un inconvénient grave, surtout dans les pompes foulantes ou aspirantes-foulantes, dont le tuyau d'ascension contient une masse d'eau considérable, car toutes les fois que le piston rétrograde, cette masse demeure en repos, de sorte que, lorsque le piston reprend cette eau, il faut vaincre son inertie ; ce qui ne peut se faire sans une perte de force motrice d'autant plus grande que la masse d'eau est plus considérable.

Le réservoir d'air ne peut s'appliquer qu'à une petite pompe. Pour les grandes pressions, on préfère faire travailler conjointement un certain nombre de pompes qui déchargent l'eau dans un même tuyau, et dont le mouvement des pistons est réglé de manière qu'au même instant, ils se trouvent graduellement à divers points de leur course. Ce moyen a été mis en usage avec beaucoup de succès dans la machine de Marly, où huit pompes élèvent ensemble d'un seul jet, en 24 heures, plus de 800 mille litres d'eau à 160m de hauteur.

§ 438. *Pompe à incendie.* — La pompe à incendie est établie d'après le système du réservoir d'air, (*fig.* 233). Elle consiste dans deux pompes aspirantes et foulantes qui sont placées dans une cuve pleine d'eau ; l'eau est refoulée dans la cloche qui est pleine d'air, et à laquelle est adapté un long tube de cuir qui sert à l'injection de l'eau.

On voit donc que les pompes peuvent être placées loin

des réservoirs d'eau au moyen de tubes de communication, parce que la pression se transmet à toutes les distances.

§ 439. *Pompe de Pontifex.* — La pompe de Pontifex est encore une pompe à incendie que la marine emploie. Elle ne diffère de la précédente qu'en ce que les corps de pompe, au lieu de tirer l'eau d'un réservoir, la reçoivent d'un long tube qui va plonger dans un puits ou dans un réservoir d'eau quelconque (*fig.* 234).

§ 440. *Pompes à mouvement continu de l'eau dans les tuyaux d'aspiration et d'ascension.* — Dans la première, il n'y a qu'un corps de pompe, mais le piston est toujours submergé dans l'eau, ce qui oblige à le renouveler souvent. Dans la seconde il y a deux corps de pompe, et l'eau ne passe pas au-dessus des pistons. Les quatre boîtes B (*fig.* 235), reçoivent une soupape à boulet sur leur partie inférieure. Les figures indiquent les communications à établir entre ces boîtes et les corps de pompe. En faisant jouer les pistons, il est facile de voir que les soupapes O et O' resteront ouvertes en même temps, et les soupapes F et F' fermées, et inversement; de sorte qu'il n'y aura pas d'intermittence dans l'ascension de l'eau, soit dans le tuyau d'aspiration A, soit dans le tuyau montant E.

§ 441. *Effet utile pratique des pompes.* — Dans les meilleures pompes, où les conduits sont bien établis, le travail utile est les $\frac{2}{3}$ au plus du travail moteur, à cause des fuites et résistances du piston, ouvertures des clapets, et à cause de l'inertie du liquide qu'il faut vaincre. Il faut d'ailleurs éviter d'élever l'eau plus haut qu'il n'est nécessaire et de lui donner une trop grande vitesse, d'où résulte une perte de force vice. Les étranglements des soupapes produisent aussi des chocs nuisibles.

Pour établir d'une manière complète l'équation d'équilibre relative aux pompes, en tenant compte des résistances nuisibles et pertes de toutes espèces qui se manifestent dans leur jeu, et dans le mouvement du fluide dans les conduits,

il faudrait appliquer tout ce que nous dirons bientôt succinctement sur le mouvement des fluides. Mais ces développements sont trop étendus pour trouver place ici. Nous nous contenterons d'indiquer, pour le rapport de l'effet utile à l'action dépensée par le moteur, les résultats moyens constatés par l'expérience.

Dans les pompes d'un entretien ordinaire, on évalue à environ 0,50 le rapport de l'effet utile au travail moteur. De telle sorte que, dans l'établissement d'une pompe, ayant la quantité d'eau à élever dans un temps donné et la hauteur à laquelle il faut l'élever, on doublera le travail qui résulte de ces données, pour en conclure le travail moteur dans ce temps. Ou bien, si la force du moteur est donnée par seconde, en kilogrammètres, on en prendra la moitié pour avoir l'effet utile. En divisant cet effet par la hauteur, on aura en litres le volume d'eau élevé en une seconde.

MOUVEMENT DES LIQUIDES.

§ 442. *Principe du parallélisme des tranches.* — Si l'on recherche toutes les circonstances de l'écoulement d'un liquide à travers les orifices des vases qui les renferment, et si l'on veut appliquer le principe des forces vives aux lois de cet écoulement, on est obligé d'admettre que, pour certaines sections planes faites en travers de leur masse, les molécules sont animées d'un mouvement parallèle et commun dans une direction perpendiculaire à ces sections, c'est-à-dire, que les vitesses sont égales et parallèles pour tous les points de ces mêmes sections. Cette supposition est connue sous le nom d'*hypothèse du parallélisme des tranches*. Si elle n'a pas lieu pour toutes les sections du fluide, et notamment pour celles qui sont au-delà ou en deçà de l'ori-

fice, on peut toujours l'admettre pour les sections supérieures, et dans la pratique ce principe donne des résultats suffisamment approchés dans beaucoup de cas; par exemple, dans celui d'un canal ou tuyau d'une certaine longueur. dont l'axe ou la direction est une courbe continue présentant des coudes très-adoucis et dont la section transversale varie très-peu.

Le principe du parallélisme des tranches peut être aisément constaté par l'expérience, en jetant dans un vase qui se vide des grains de poussière ayant à peu près la même densité que l'eau, de la résine pilée, de l'ambre....

§ 443. *Veine fluide; principe de sa contraction; section contractée.* — Lorsque l'écoulement de l'eau a lieu par un orifice pratiqué à la paroi d'un vase, le jet liquide porte le nom de *veine fluide.*

Si l'écoulement a lieu par un orifice *f* circulaire, (*fig.* 236), pratiqué au fond du vase, et si ce fond est très-mince et l'orifice étroit, on assistera à un autre phénomène. Dans le voisinage de l'orifice, toutes les molécules convergeront vers lui, et n'obéiront plus au principe du parallélisme. Puis elles se contracteront en sortant, de manière que les sections faites dans la veine iront en diminuant d'étendue jusqu'à une certaine distance de l'orifice où elles acquerront leur limite minimum, et les molécules reprendront leur parallélisme vertical pour diverger ensuite en tombant dans l'air qui les sépare. Ce principe est celui de la *contraction de la veine.* La plus petite valeur de la section faite dans la veine fluide est ce qu'on appelle la *section contractée.*

§ 444. *Orifice pratiqué en mince paroi; gueule-bée.* — Les orifices peuvent être de deux sortes. Si la paroi est mince par rapport aux dimensions de l'orifice, la veine se détachera complétement des parties latérales; l'orifice sera dit alors *pratiqué en mince paroi.* Ce cas est celui qui se présente le plus souvent dans les usines, et il n'est pas nécessaire pour qu'il ait lieu, que la paroi soit très-mince. Il suffit que la plus petite dimension de l'orifice ne soit pas

moindre que l'épaisseur de la paroi par laquelle l'eau s'écoule, et que celle-ci n'excède pas 0,m 05 à 0,m 06.

Si la paroi a une épaisseur au moins égale à une fois et demie la plus petite dimension de l'orifice, les filets fluides se rapprochent des parois et les suivent, de manière qu'à l'extérieur ils paraissent se mouvoir parallèlement à ces parois. C'est ce qui a lieu notamment quand l'orifice est prolongé par un tuyau additionnel. Le fluide paraissant sortir en remplissant complétement le tuyau, on dit alors qu'il s'écoule à *gueule-bée*.

§ 445. *Vitesse de l'eau sortant par un orifice pratiqué en mince paroi.* — Supposons qu'un liquide contenu dans un vase s'écoule par un orifice pratiqué en mince paroi, et qu'on maintienne le liquide à un niveau constant. Nous supposerons l'orifice évasé, et les directions des filets sensiblement parallèles. Nous allons nous proposer de déterminer la vitesse que possèdent les molécules du liquide à leur sortie du vase. Mais nous attendrons pour cela que le mouvement de l'eau se soit étendu dans tout le vase, et soit devenu uniforme en chaque point. Cela posé, il est facile de voir qu'une certaine masse d'eau dont le poids est p, en descendant du niveau du réservoir jusqu'à l'orifice, reçoit de la pesanteur un travail qui est égal à son poids p par la hauteur d'où elle est descendue, c'est-à-dire par h, en désignant ainsi la distance du niveau à l'orifice. Ce travail sera donc $p\,h$. Mais cette masse, à sa sortie, possède une vitesse v, et par conséquent une force vive $m\,v^2$ qui lui a été communiquée par sa chute. Or, d'après le principe des forces vives, § 276, la force vive communiquée à une masse est égale au double de la quantité de travail appliquée à cette masse.

On aura donc :

$$m v^2 = 2\,p h. \quad \text{ou} \quad \frac{p}{g} v^2 = 2\,p h.$$

D'où l'on tire enfin :

$$v^2 = 2 g h, \ \text{et} \ v = \sqrt{2 g h} \ldots\ (1).$$

En comparant ce résultat avec celui de l'équation (6) du § 64, on en déduit ce théorême dû à Toricelli. *La vitesse d'un liquide à sa sortie d'un vase par un orifice pratiqué en mince paroi, est égale à celle qu'acquerrait un corps en tombant dans le vide de la hauteur du réservoir jusqu'à l'orifice.* On voit en effet que cette vitesse ne dépend que de cette hauteur. Aussi, quelquefois, dit-on que *la vitesse du fluide est due à sa hauteur sur l'orifice.* Cette hauteur s'appelle *charge génératrice.*

Il résulte évidemment de ce théorême: 1° que la nature du liquide n'a aucune influence sur la vitesse à la sortie, et que le mercure, par exemple, a la même vitesse que l'eau, sous la même hauteur de charge, quoiqu'il exerce une pression 13 fois et demie plus forte; 2° que pour un même liquide, les vitesses d'écoulement sont comme les racines carrées des profondeurs des orifices au-dessous du niveau.

Il existe des tables dans beaucoup d'ouvrages, à l'aide desquelles on trouve la vitesse due à une hauteur de chute donnée, ou une hauteur due à une vitesse donnée. La table suivante fait connaître en mètres les hauteurs correspondantes à des vitesses données de centimètre en centimètre.

vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hautenr correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0,01	0,00001	0,43	0,00940	0,85	0,0368	1,27	0,0822	1,69	0,1456	2,11	0.2269
0,02	0,00002	0,44	0,00980	0,86	0,0377	1,28	0,0835	1,70	0,1473	2,12	0,2291
0,03	0,00005	0,45	0,01030	0,87	0,0386	1,29	0,0848	1,71	0,1490	2,13	0,2313
0,04	0,00009	0,46	0,0108	0,88	0,0395	1,30	0,0861	1,72	0,1508	2,14	0,2334
0,05	0,00013	0,47	0,0112	0,89	0,0404	1,31	0,0875	1,73	0,1525	2,15	0,2356
0,06	0,00019	0,48	0,0117	0,90	0,0413	1,32	0,0888	1,74	0,1543	2,16	0,2378
0,07	0,00026	0,49	0,0122	0,91	0,0422	1,33	0,0901	1,75	0,1561	2,17	0,2400
0,08	0,00034	0,50	0,0127	0,92	0,0431	1,34	0,0915	1,76	0,1579	2,18	0,2422
0,09	0,00043	0,51	5,0132	0,93	0,0441	1,35	0,0929	1,77	0,1597	2,19	0,2444
0,10	0,00051	0,52	0,0138	0,94	0,0450	1,36	0,0943	1,78	0,1615	2,20	0,2467
0,11	0,00062	0,53	0,0143	0 95	0,0460	1,37	0,0957	1,79	0,1633	2,21	0,2490
0,12	0,00074	0,54	0,0148	0,96	0,0470	1,38	0,0970	1,80	0,1651	2,22	0 2512
0,13	0,00087	0,55	0.0154	0,97	0,0480	1,39	0,0984	1,81	0,1670	2,23	0,2535
0,14	0,00101	0,56	0,0160	0,98	0,0490	1,40	0,0999	1,82	0,1688	2,24	0,2557
0,15	0,00115	0,57	0,0165	0,99	0,0500	1,41	0,1013	1,83	0,1707	2,25	0 2580
0,16	0,00131	0,58	0,0171	1,00	0,0510	1,42	0,1028	1,84	0,1726	2,26	0,2603
0,17	0,00148	0,59	0,0177	0,01	0.0520	1,43	0,1042	1,85	0,1745	2,27	0,2626
0,18	0,00166	0,60	0,0184	1,02	0,0530	1,44	0,1057	1,86	0,1763	2,28	0,2649
0,19	0,00185	0,61	0,0190	r,03	0,0541	1,45	0.1072	1,87	8,1782	2,29	0,2673
0,20	0,00204	0,62	0,0196	1,04	0,0551	1,46	0,1086	1,88	0,1801	2,30	0,2696
0,21	0,00225	0,63	0,0202	1,05	0,0562	1,47	0,1101	1,89	0,1820	2,31	0,2720
0,22	0,00247	0,64	0,0209	1,06	0.0573	1,48	0,1116	1,90	0,1840	2,32	0,2743
0,23	0,00270	0,65	0,0215	1,07	0,0584	1,49	0,1131	1,91	0,1859	2,33	0,2767
0,24	0,00294	0,66	0,0222	1,08	0,0595	1,50	0,1147	1,92	0,1878	2,34	0,2791
0,25	0,00319	0,67	0,0229	1,09	0,0606	1,51	0,1162	1,93	0,1898	2,35	0,2815
0,26	0,00345	0,68	0,0236	1,10	0,0617	1,52	0,1177	1,94	0.1918	2,36	0,2839
0,27	0,00372	0,69	0,0243	1,11	0,0628	1,53	0,1193	1,95	0,1938	2,37	0,2863
0,28	0,00400	0,70	0,0250	1,12	0,0639	1,54	0,1209	1,96	0,1958	2.38	0,2887
0,29	0,00429	0,71	0,0257	1,13	0,0651	1,55	0,1225	1,97	0,1978	2,39	0,2911
0,30	0,00459	0,72	0,0264	1,14	0,0662	1,56	0,1241	1,98	0,1998	2,40	0,2936
0,31	0.00490	0,73	0,0272	1,15	0,0674	1,57	0,1257	1,99	0,2018	2,41	0,2960
0,32	0,00522	0,74	0,0279	1,16	0,0686	1,58	0,1273	2,00	0,2039	2,42	0,2985
0,33	0,00555	0,75	0,0287	1,17	0,0698	1,59	0,1289	2,01	0,2059	2,43	0,3010
0,34	0,00589	0,76	0,7295	1,18	0,0710	1,60	0,1305	2,02	0,2080	2,44	0,3034
0,35	0,00624	0,77	0,0302	1,19	0,0722	1,61	0,1321	2,03	0,2100	2,45	0,3060
0,36	0,00660	0,78	0,0310	1,20	0,0734	1,62	0,1337	2,04	0,2121	2,46	0,3085
0,37	0,00697	0,79	0,0318	1,21	0,0746	1,63	0,1354	2,05	0,2142	2,47	0,3110
0,38	0,00735	0,80	0,0326	1,22	0,0758	1,64	0,1371	2,06	0.2163	2,48	0,3135
0,39	0,00775	0,81	0,0334	1,23	0,0771	1,65	0,1388	2,07	0,2184	2,49	0,3160
0,40	0,00816	0,82	0,0343	1,24	0,0783	1,66	0,1405	2,08	0,2205	2,50	0,3186
0,41	0.00860	0,83	0,0351	1,25	0,0797	1,67	0,1422	2,09	0,2226	2,51	0,3211
0,42	0,00900	0,84	0,0360	1,26	0,0809	1,68	0,1440	2,10	0,2248	2,52	0,3237

vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
2,53	0,3263	2,95	0,4436	3,37	0,5789	3,79	0,7322	4,21	0,9035	4,63	1,0927
2,54	0,3289	2,96	0,4466	3,38	0,5823	3,80	0,7361	4,22	0,9078	4,64	1,0974
2,55	0,3315	2,97	0,4496	3,39	0,5858	3,81	0,7400	4,23	0,9121	4,65	1,1022
2,56	0,3341	2,98	0,4526	3,40	0,5893	3,82	0,7438	4,24	0,9164	4,66	1,1069
2,57	0,3367	2,99	0,4557	3,41	0,5927	3,83	0,7478	4,25	0,9207	4,67	1,1117
2,58	0,3393	3,00	0,4588	3,42	0,5962	3,84	0,7517	4,26	0,9251	4,68	1,1164
2,59	0,3419	3,01	0,4618	3,43	0,5997	3,85	0,7556	4,27	0,9294	4,69	1,1212
2,60	0,3446	3,02	0,4649	3,44	0,6032	3,86	0,7595	4,28	0,9337	4,70	1,1260
2,61	0,3472	3,03	0,4680	3,45	0,6067	3,87	0,7634	4,29	0,9381	4,71	1,1308
2,62	0,3499	3,04	0,4711	3,46	0,6102	3,88	0,7674	4,30	0,9425	4,72	1,1356
2,63	0,3526	3,05	0,4742	3,47	0,6138	3,89	0,7713	4,31	0,9469	1,73	1,1404
2,64	0,3553	3,06	0,4773	3,48	0,6173	3,90	0,7753	4,32	0,9513	4,74	1,1452
2,65	0,3580	3,07	0,4804	3,49	0,6209	3,91	0,7793	4,33	0,9557	4,75	1,1501
2,66	0,3607	3,08	0,4835	3,50	0,6244	3,92	0,7833	4,34	0,9601	4,76	1,1549
2,67	0,3634	3,09	0,4866	3,51	0,6280	3,93	0,7873	4,35	0,9646	4,77	1,1598
2,68	0,3661	3,10	0,4899	3,52	0,6316	3,94	0,7913	4,36	0,9690	4,78	1,1647
2,69	0,3688	3,11	0,4930	3,53	0,6352	3,95	0,7953	4,37	0,9734	4,79	1,1695
2,70	0,3716	3,12	0,4962	3,54	0,6388	3,96	0,7993	4,38	0,9779	4,80	1,1744
2,71	0,3744	3,13	0,4994	3,55	0,6424	3,97	0,8034	4,39	0,9823	4,81	1,1793
2,72	0,3771	3,14	0,5026	3,56	0,6460	3,98	0,8074	4,40	0,9869	4,82	1,1842
2,73	0,3799	3,15	0,5058	3,57	0,6497	3,99	0,8115	4,41	0,9913	4,83	1,1891
2,74	0,3827	3,16	0,5090	3,58	0,6533	4,00	0,8156	4,42	0,9958	4,84	1,1941
2,75	0,3855	3,17	0,5122	3,59	0,6569	4,01	0,8197	4,43	1,0003	4,85	1,1990
2,76	0,3883	3,18	0,5155	3,60	0,6606	4,02	0,8238	4,44	1,0048	4,86	1,2040
2,77	0,3911	3,19	0,5187	3,61	0,6643	4,03	0,8279	4,45	1,0094	4,87	1,2090
2,78	0,3939	3,20	0,5220	3,62	0,6680	4,04	0,8320	4,46	1,0140	4,88	1,2139
2,79	0,3967	3,21	0,5252	3,63	0,6717	4,05	0,8361	4,47	1,0185	4,89	1,2189
2,80	0,3996	3,22	0,5285	3,64	0,6754	4,06	0,8402	4,48	1,0231	4,90	1,2239
2,81	0,4025	4,23	0,5318	3,65	0,6791	4,07	0,8444	4,49	1,0276	4,91	1,2389
2,82	0,4054	3,24	0,5351	3,66	0,6828	4,08	0,8485	4,50	1,0322	4,92	1,2339
2,83	0,4082	3,25	0,5384	3,67	0,6866	4,09	0,8527	4,51	1,0368	4,93	1,2389
2,84	0,4111	3,26	0,5417	3,68	0,6903	4,10	0,8569	4,52	1,0414	4,94	1,2440
2,85	0,4140	3,27	0,5450	3,69	0,6940	4,11	0,8611	4,53	1,0460	4,95	1,2490
2,86	0,4169	3,28	0,5484	3,70	0,6978	4,12	0,8653	4,54	1,0507	4,96	1,2541
2,87	0,4198	3,29	0,5517	3,71	0,7016	4,13	0,8695	4,55	1,0553	4,97	1,2591
2,88	0,4228	3,30	0,5551	3,72	0,7054	4,14	0,8737	4,56	1,0599	4,98	1,2642
2,89	0,4257	3,31	0,5585	3,73	0,7092	4,15	0,8779	4,57	1,0646	4,99	1,2693
2,90	0,4287	3,32	0,5618	3,74	0,7130	4,16	0,8821	4,58	1,0692	5,00	1,2744
2,91	0,4316	3,33	0,5652	3,75	0,7168	4,17	0,8864	4,59	1,0739	5,01	1,2795
2,92	0,4346	3,34	0,5686	3,76	0,7206	4,18	0,8906	4,60	1,0786	5,02	1,2846
2,93	0,4376	3,35	0,5721	3,77	0,7245	4,19	0,8949	4,61	1,0833	5,03	1,2897
2,94	0,4406	3,36	0,5755	3,78	0,7283	4,20	0,8992	4,62	1,0880	5,04	1,2948

vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
5,05	1,3000	5,47	1,5252	5,89	1,7684	6,31	2,0296	6,73	2,3088	7,15	2,6060
5,06	1,3051	5,48	1,5308	5,90	1,7744	6,32	2,0361	6,74	2,3156	7,16	2,6132
5,07	1,3103	5,49	1,5364	5,91	1,7805	6,33	2,0425	6,75	2,3225	7,17	2,6205
5,08	1,3155	5,50	1,5420	5,92	1,7865	6,34	2,0490	6,76	2,3294	7,18	2,6279
5,09	1,3206	5,51	1,5476	5,93	1,7925	6,35	2,0554	6,77	2,3363	7,19	2,6352
5,10	1,3258	5,52	1,5532	5,94	1,7986	6,36	2,0619	6,78	2,3432	7,20	2,6425
5,11	1,3311	5,53	1,5588	5,95	1,8046	6,37	2,0684	6,79	2,3501	7,21	2,6499
5,12	1,3363	5,54	1,5645	5,96	1,8107	6,38	2,0749	6,80	2,3571	7,22	2,6572
5,13	1,3415	5,55	1,5701	5,97	1,8168	6,39	2,0814	6,81	2,3640	7,23	2,6646
5,14	1,3467	5,56	1,5758	5,98	1,8129	6,40	2,0879	6,82	2,3709	7,24	2,6720
5,15	1,3520	5,57	1,5815	5,99	1,8290	6,41	2,0945	6,83	2,3779	7,25	2,6794
5,16	1,3572	5,58	1,5872	6,00	1,8351	6,42	2,1010	6,84	2,3849	7,26	2,6868
5,17	1,3625	5,59	1,5929	6,01	1,8412	6,43	2,1075	6,85	2,3919	7,27	2,6942
5,18	1,3678	5,60	1,5986	6,02	1,8473	6,44	2,1141	6,86	2,3989	7,28	2,7016
5,19	1,3730	5,61	1,6043	6,03	1,8535	6,45	2,1207	6,87	2,4059	7,29	2,7090
5,20	1,3784	5,62	1,6100	6,04	1,8595	6,46	2,1273	6,88	2,4129	7,30	2,7164
5,21	1,3837	5,63	1,6157	6,05	1,8658	6,47	2,1338	6,89	2,4199	7,31	2,7239
5,22	1,3890	5,64	1,6215	6,06	1,8720	6,48	2,1404	6,90	2,4269	7,32	2,7313
5,23	1,3943	5,65	1,6272	6,07	1,8782	6,49	2,1471	6,91	2,4339	7,33	2,7388
5,24	1,3996	5,66	1,6330	6,08	1,8843	6,50	2,1537	6,92	2,4410	7,34	2,7463
5,25	1,4050	5,67	1,6388	6,09	1,8905	6,51	2,1603	6,93	2,4481	7,35	2,7538
5,26	1,4103	5,68	1,6446	6,10	1,8968	6,52	2,1670	6,94	2,4551	7,36	2,7613
5,27	1,4157	5,69	1,6503	6,11	1,9030	6,53	2,1736	6,95	2,4622	7,37	2,7688
5,28	1,4211	5,70	1,6562	6,12	1,9092	6,54	2,1803	6,96	2,4693	7,38	2,7763
5,29	1,4265	5,71	1,6620	6,13	1,9155	6,55	2,1869	6,97	2,4764	7,39	2,7838
5,30	1,4319	5,72	1,6678	6,14	1,9217	6,56	2,1936	6,98	2,4835	7,40	2,7914
5,31	1,4373	5,73	1,6736	6,15	1,9280	5,57	2,2003	6,99	2,4906	7,41	2,7989
5,32	1,4427	5,74	1,6795	6,16	1,9343	6,58	2,2070	7,00	2,4978	7,42	2,8065
5,33	1,4481	5,75	1,6854	6,17	1,9405	6,59	2,2137	7,01	2,5049	7,43	2,8140
5,34	1,4535	5,76	1,6912	6,18	1,9468	6,60	2,2205	7,02	2,5121	7,44	2,8216
5,35	1,4590	5,77	1,6971	6,19	1,9531	6,61	2,2272	7,03	2,5192	7,45	2,8292
5,36	1,4645	5,78	1,7030	6,20	1,9595	6,62	2,2339	7,04	2,5264	7,46	2,8368
5,37	1,4699	5,79	1,7089	6,21	1,9658	6,63	2,2407	7,05	2,5336	7,47	2,8444
5,38	1,4754	5,80	1,7148	6,22	1,9721	6,64	2,2474	7,06	2,5408	7,48	2,8521
5,39	1,4809	5,81	1,7207	6,23	1,9785	6,65	2,2542	7,07	2,5480	7,49	2,8597
5,40	1,4864	5,82	1,7266	6,24	1,9848	6,66	2,2610	7,08	2,5552	7,50	2,8673
5,41	1,4919	5,83	1,7326	6,25	1,9912	6,67	2,2678	7,09	2,5624	7,51	2,8750
5,42	1,4975	5,84	1,7385	6,26	1,9976	6,68	2,2746	7,10	2,5696	7,52	2,8826
5,43	1,5030	5,85	1,7445	6,27	2,0039	6,69	2,2814	7,11	2,5769	7,53	2,8903
5,44	1,5085	5,86	1,7505	6,28	2,0103	6,70	2,2883	7,12	2,5841	7,54	2,8980
5,45	1,5141	5,87	1,7564	6,29	2,0167	6,71	2,2951	7,13	2,5914	7,55	2,9057
5,46	1,5196	5,88	1,7624	6,30	2,0232	6,72	2,3019	7,14	2,5987	7,56	2,9134

vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.	vitesse.	hauteur correspondante.
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
7,57	2,9211	7,99	3,2542	8,41	3,6053	8,83	3.9744	9,25	4,3615	9,67	4,7666
7,58	2.9288	8,00	3,2624	8,42	3,6139	8.84	3,9834	9 26	4.3710	9 68	4.7764
7,59	2,9365	8,01	3,2705	8,43	3,6225	8,85	3,9925	9,27	4,3804	9,69	4,7863
7.60	2,9443	8,02	3,2787	8,44	3,6311	8,86	4,0015	9,28	4,3898	9,70	4,7962
7,61	2,9520	8,03	3,2869	8,45	3,6397	8,87	4,0105	9,29	4,3993	9,71	4.8061
7,62	2,9598	8,04	3,2951	8,46	3.6483	8,88	4,0196	9,30	4,4088	9,72	4,8160
7.63	2.9676	8,05	3.3033	8,47	3,6570	8.89	4,0286	9,31	4,4183	9,73	4,8259
7,64	2,9754	8,06	3,3115	8,48	3,6656	8,90	4.0377	9.32	4.4278	9.74	4.8358
7,65	2,9832	8,07	3,3197	8,49	3,6743	8,91	4,0468	9,33	4,4373	9,75	4,8458
7,66	2.9910	8,08	3,3280	8,50	3.6829	8,92	4,0559	9,34	4,4468	9,76	4,8557
7,67	2 9988	8,09	3,3362	8,51	3,6916	8.93	4.0650	9,35	4,4563	9.77	4,8657
7,68	3,0066	8,10	3,3445	8,52	3,7003	8,94	4,0741	9,36	4,4659	9,78	4,8756
7,69	3.0144	8,11	3,3527	8,53	3,7090	8.95	4,0832	9,37	4,4754	9.79	4,8856
7.70	3.0223	8,12	3.3610	8,54	3.7177	8,96	4,0923	9,38	4,4850	9,80	4,8956
7,71	3,0301	8,13	3,3693	8,55	3,7264	8,97	4,1015	9.39	4.4945	9 81	4.9056
7,72	3,0380	8,14	3,3776	8,56	3,7351	8.98	4.1106	9,40	4,5041	9,82	4,9156
7.73	3,0459	8.15	3,3859	8,57	3,7438	8,99	4,1198	9,41	4,5137	9.83	4,9256
7.74	3,0538	8,16	3,3942	8,58	3,7526	9,00	4,1290	9.42	4,5233	9,84	4,9356
7,75	3,0617	8,17	3,4025	8.59	3,7613	9,01	4,1381	9,43	4.5329	9,85	4,9457
7,76	3,0696	8,18	3,4108	8,60	3,7701	9,02	4,1473	9,44	4,5425	9,86	4,9557
7,77	3,0775	8,19	3,4192	8,61	3,7789	9.03	4,1565	9,45	4.5522	9,87	4.9658
7,78	3,0854	8.20	3,4275	8,62	3,7876	9.04	4,1657	9.46	4.5618	9.88	4.9758
7,79	3,0933	8.21	3,4359	8,63	3,7964	9,05	4,1750	9,47	4,5715	9,89	4,9859
7,80	3,1013	8.22	3,4443	8.64	3.8052	9.06	4,1832	9,48	4,5811	9,90	4,9960
7,81	3.1092	8,23	3,4526	8,65	3,8141	9,07	4.1924	9,49	4,5908	9,91	5,0061
7,82	3.1172	8,24	3,4610	8.66	3,8229	9.08	4,2017	9.50	4,6005	9,92	5.0162
7,83	3,1252	8,25	3,4695	8,67	3,8317	9.09	4.2109	9,51	4,6102	9.93	5,0264
7,84	3,1332	8,26	3.4779	8,68	3,8405	9,10	4,2212	9.52	4,6199	9,94	5.0365
7,85	3,1412	8,27	3,4863	8.69	3,8494	9,11	4,2305	9,53	4,6296	9.95	5.0466
7,86	3.1492	8 28	3,4947	8.70	3,8583	9,12	4,2398	9,54	4.6393	9,96	5,0568
7,87	3,1572	8.29	3,5032	8,71	3,8671	9,13	4,2491	9,55	4,6490	9,97	5,0668
7,88	3.1652	8,30	3,5116	8,72	3.8760	9,14	4,2584	9,56	4.6588	9.98	5 0772
7,89	3,1733	8.31	3,5201	8,73	3.8849	9,15	4,2677	9.57	4,6685	9.99	5,0872
7,90	3.1813	8,32	3,5286	8.74	3.8938	9,16	4,2771	9.58	4,6783	10,00	5,0975
7,91	3,1894	8.33	3,5371	8,75	3.9028	9.17	4,2864	9,59	4,6880	10.01	5,1077
7,92	3.1974	8,34	3,5455	8.76	3.9117	9,18	4,2958	9,60	4,6978	10 02	5,1179
7,93	3,2055	8,35	3,5541	8,77	3.9206	9.19	4.3051	9,61	4,7076	10.03	5.1281
7,94	3,2136	8,36	3,5626	8.78	3,9295	9,20	4.3145	9,62	4,7174	10.04	5.1383
7,95	3.2217	8,37	3,5711	8.79	3,9385	9.21	4,3239	9.63	4.7272	10,05	5,1486
7,96	3,2298	8,38	3,5796	8.80	3,9475	9,22	4.3333	9,64	4,7370	10.06	5,1588
7,97	2,2380	8,39	3,5882	8.81	3,9565	9,23	4,3417	9,65	4,7469	10,07	5,1691
7,98	3,2461	8,40	3,5968	8,82	3,9654	9,24	4,3511	9,66	4,7567	10,08	5,1793

Soit d'ailleurs $h = 3^m, 2542$; on trouve

$$v = \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 3,2542} = 7^m,99,$$

qu'on trouve dans la table.

Soit aussi $v = 5^m, 36$; on trouve

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{5,36^2}{2.9,81} = 1^m,4645,$$

qu'on trouve dans la table.

§ 446. *Cas où l'orifice est plongé lui-même dans un autre liquide. Extension de la formule aux gaz.* — Le résultat précédent suppose, ou que le vase est placé dans le vide, ou que l'atmosphère, exerçant sa pression sur la surface supérieure du fluide, et sur la tranche placée à l'orifice, les efforts qui en résultent se font réciproquement équilibre, et n'ont aucune influence sur le mouvement du fluide. Supposons maintenant que l'eau sortant du vase, au lieu de couler dans l'air coule dans un autre vase où le niveau du fluide serait entretenu constamment en $a' b'$ (*fig.* 237). Nommons toujours h la hauteur du niveau ab sur cd, et h' la hauteur du niveau $a' b'$ sur cd. Alors la tranche placée en cd, supportant de bas en haut une pression due à la charge h', qui détruit une partie de la pression qu'elle supporte de bas en haut, le mouvement de cette tranche n'est plus dû qu'à la pression d'une colonne d'eau dont la hauteur est $h - h'$. On a donc alors pour la vitesse à l'orifice :

$$v = \sqrt{2g(h - h')} \ldots\ldots (2).$$

On peut, en modifiant cette formule, l'appliquer aux fluides élastiques, et chercher quelle serait la vitesse d'un gaz à l'orifice d'un vase qui le renferme, lorsqu'on connaît la tension du gaz, et la tension extérieure qui serait la pression atmosphérique si le gaz débouchait à l'air libre. On considérerait alors ce gaz comme pressé par une colonne du même fluide ayant la même densité, et capable de produire, par son poids, cette même pression. Le poids de

cette colonne sera égal à sa hauteur en mètres h, multipliée par le poids d d'un mètre cube de ce gaz. C'est aussi la valeur de la pression $P-p$ qui agit sur le gaz à l'orifice, en désignant par P la tension du gaz et par p la tension de celui qui s'oppose à sa sortie. On aura donc

$$P-p=hd \text{ d'où } h=\frac{P-p}{d}.$$

La vitesse du gaz sera due à cette hauteur h ;

$$v=\sqrt{2g\left(\frac{P-p}{d}\right)} \ldots\ldots (a).$$

Cette formule ne peut s'appliquer qu'aux cas ordinaires où la différence entre les tensions intérieure et extérieure est très petite, comme il arrive par exemple dans les machines soufflantes, où cette différence ne s'élève qu'à $0^m\,03$ ou $0^m\,04$ de mercure.

§ 447. *Cas où l'orifice a une grandeur comparable à celle des sections du vase.* — Passons au cas où l'orifice ne serait plus infiniment petit, mais aurait une grandeur comparable à celle des sections du vase. En conservant les dénominations précédentes, nommons de plus o l'aire de l'orifice et s la section ab (*fig.* 238). Comme le fluide est incompressible, il faut qu'il passe en même temps par toutes ses sections une même quantité de fluide, ou que la vitesse soit dans toutes en raison inverse de leurs aires. Ainsi la vitesse en cd, où l'aire est o, étant v, la vitesse en ab, où l'aire est s, sera $\frac{ov}{s}$, et c'est avec cette vitesse qu'il faut concevoir le fluide arrivant à la surface ab, pour entretenir le vase constamment plein. Or, d'après le § 445, on ne peut réaliser physiquement cette circonstance, qu'en faisant de la section ab l'orifice d'un vase infiniment grand, où le fluide serait entretenu au-dessus de cette section à la hauteur due à la vitesse $\frac{ov}{s}$, c'est-à-dire à une hauteur exprimée par

$\frac{o^2 v^2}{2gs^2}$. Mais de cette manière, l'orifice d'écoulement cd devient celui d'un vase infiniment grand, où le fluide est entretenu à la hauteur $h + \frac{o^2 v^2}{2gs^2}$. Donc la vitesse v qui aura lieu en cd sera due à cette hauteur, en sorte qu'on aura

$$v = \sqrt{2g\left(h + \frac{o^2 v^2}{2gs^2}\right)}.$$

Tirant de là la valeur de v, nous avons

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{o^2}{s^2}}} \ldots\ldots (3).$$

§ 448. *Vitesse du liquide lorsqu'il éprouve lui-même une certaine pression. Cas où il existe une charge sur l'orifice de bas en haut.* — Il peut arriver que le liquide soit sollicité lui-même par une pression extérieure. Dans ce cas la vitesse du fluide à l'orifice sera plus grande, et pour en avoir l'expression, il suffit de chercher la hauteur totale de la colonne d'eau à laquelle cette vitesse est due. En désignant par p la pression en kilogrammes sur un mètre carré, la hauteur de la colonne d'eau qui lui fera équilibre sur la même base contiendra autant de mètres que cette pression contiendra de fois le poids d'un mètre cube d'eau, c'est-à-dire 1000 kil. Cette hauteur sera donc égale au quotient de p par 1000, c'est-à-dire à $\frac{p}{1000}$. Ajoutant cette hauteur à la hauteur h de la chute, la vitesse à l'orifice prendra l'expression :

$$v = \sqrt{2g\left(h + \frac{p}{1000}\right)} \ldots\ldots (4).$$

Enfin, si le liquide à sa sortie éprouvait une pression autre que l'atmosphère qui se fait équilibre de part et d'autre, en appelant p' cette pression, et conservant les

mêmes dénominations, nous aurons pour expression de la hauteur de la colonne d'eau correspondant à p', le quotient $\frac{p'}{1000}$. Donc la vitesse à l'orifice sera due à la hauteur $\frac{p-p'}{1000}+h$, et prendra par conséquent la forme :

$$v + \sqrt{2g\left(\frac{p-p'}{1000}+h\right)} \ldots\ldots (5).$$

Applications : 1° Soit la hauteur d'une chute $h = 1^m$; supposons qu'un piston exerce sur l'eau une prèssion de 3000 kil., par mètre carré. La pression p sera égale à 3000 kil., et l'équation (4) donnera

$$v = \sqrt{2g\left(1+\frac{3000}{1000}\right)} = \sqrt{2g4^m}.$$

C'est la vitesse due à une hauteur 4^m; elle se trouvera dans la table, ou en achevant le calcul, on a $v = 8^m, 86$ environ.

2° Dans la même hypothèse, si l'orifice est pressé d'autre part de bas en haut par une pression de 0 kil., 1 par centimètre carré, cette pression sera de 1000 kil. par mètre carré; on aura donc $p' = 1000$. L'équation (5) donne

$$v = \sqrt{2g\left(\frac{3000-1000}{1000}+h\right)} = \sqrt{2g.3^m} = 7^m, 67.$$

3° Quelle est la vitesse de l'air à l'orifice d'une conduite, sachant que l'excès de la pression intérieure sur la pression extérieure est de $815^k, 88$ sur un mètre carré, et que la densité du gaz à cette tension est égale à 1 kil., 35. La formule (a) donne $v = 108^m, 8$.

§ 449. *Dépense théorique; dépense effective.* — On appelle *dépense* d'un orifice la quantité d'eau qui s'écoule par cet orifice pendant une seconde.

Or, si les filets liquides étaient tous parallèles à leur sortie, le volume d'eau écoulée dans une seconde serait égal à un prisme qui aurait pour base l'aire o de l'orifice et pour

hauteur la vitesse v de l'eau dans une seconde. On aurait donc pour la valeur de la dépense

$$D = o\,v\ldots..\ (1).$$

Cette dépense est ce qu'on nomme la *dépense théorique*, pour la distinguer de la *dépense effective*, qui est en effet celle que l'on obtient dans la pratique.

§ 450. *Des effets de la contraction de la veine fluide. Ajutage ayant la forme de la veine.* — C'est ici le lieu de nous occuper avec soin du phénomène que nous n'avons fait que signaler jusqu'ici, celui de la contraction de la veine fluide. Dans tout ce qui précède, en effet, nous avons supposé que la paroi, aux environs de l'orifice, était évasée, de manière que tous les filets du fluide avaient, en la franchissant, des directions parallèles entre elles. Dans ce cas, l'expérience prouve qu'il n'y a aucune réduction sensible à faire sur la dépense théorique calculée d'après la formule (1), § 449.

Supposons maintenant que le fond du vase au travers duquel l'orifice cd est pratiqué soit un plan horizontal peu épais. L'observation a appris dans ce cas, que les molécules du liquide, qui descendent d'abord à partir de la surface ab (*fig.* 239), suivant des lignes à peu près verticales, étant arrivées près du fond, se dirigent de tous côtés vers l'orifice. Il n'y a donc que le filet de fluide correspondant au centre de l'orifice qui conserve, en le franchissant, une direction verticale : tous les autres ont des directions d'autant plus inclinées qu'ils sont plus près du bord de l'orifice. Mais les filets de fluide tendent tous à conserver, après leur sortie du vase, leurs directions respectives; d'où il suit que la veine ne peut conserver un diamètre égal à celui de l'orifice et diminue de grosseur, à partir de la section cd, jusqu'à ce que les filets, par l'effet de leur réaction mutuelle, soient devenus tous verticaux et parallèles.

L'endroit où s'effectue la plus grande contraction est situé à une distance de l'orifice à peu près égale au diamètre

de cet orifice, quand ce dernier est fort petit. Pour les orifices de 2 centimètres de diamètre et au-dessus, le point où la veine cesse de se contracter se rapproche de l'orifice, et n'en est plus éloigné que d'un demi-diamètre environ.

Que l'on imagine maintenant qu'on ait ajouté à la paroi du vase un prolongement de la forme de la veine contractée *cdef* (*fig.* 240), de manière que la section *ef* soit devenue l'orifice. Le mouvement du fluide demeurera le même, et l'on aura un vase dans lequel l'orifice *ef* aura son entrée évasée. La vitesse du fluide à la section *ef* sera donc celle due à la hauteur de *ab* sur cette section, si l'orifice est très petit, ou sera donnée par la formule (3) du § 447, s'il est grand.

Si l'on fait attention que la vitesse du fluide doit partout être en raison inverse de l'aire des sections, on jugera que la vitesse en *cd* est à la vitesse en *ef* dans le rapport inverse des sections *cd* et *ef*. Le rapport de la section de la veine contractée à l'aire de l'orifice est donc véritablement le rapport de la vitesse effective à la vitesse théorique, ou de la dépense effective à la dépense théorique; car dans l'hypothèse de l'ajutage précédent, le véritable orifice du vase est la section contractée *ef*.

§ 451. *Influence de la forme des parois sur la contraction. Orifice produisant la plus grande contraction.* — Avant de rapporter les résultats des expériences, nous allons faire sentir par l'examen de quelques figures, l'influence de la forme du vase sur la grandeur de la contraction, qui, d'après les observations de quelques physiciens, paraît dépendre fort peu de la forme même du contour ou périmètre, pourvu qu'il ne présente pas d'angle rentrant, et pourvu qu'en comparant des orifices rectangulaires à des orifices circulaires, on compare leur plus petite ouverture à celle du diamètre de ceux-ci.

Les figures (241) et (242) donnent une idée de la manière dont les filets convergent de toutes parts, vers l'orifice, pour le cas où il est percé dans une paroi mince et

plane, et où il se trouve situé à une certaine distance des faces verticales ou du fond du réservoir. Ce cas est celui d'ailleurs qui se rapporte à la plupart des expériences, et c'est aussi celui qui se présente le plus fréquemment dans les usines.

La figure (243) indique que quand la paroi qui renferme l'orifice est concave à l'intérieur, le nombre des filets fluides qui peuvent converger est moindre que dans le cas d'une face plane, et que la contraction ne doit pas être aussi forte que dans les figures 241 et 242; c'est ce que l'expérience confirme. Dans le cas où la paroi qui porte l'orifice aurait, figure 244, exactement la forme que tend à prendre la veine, c'est-à-dire serait terminée par un raccordement de cette forme, nous avons déjà vu que la contraction serait la plus petite possible ou nulle, de sorte que les filets sortiraient de l'orifice dans des directions sensiblement parallèles.

La figure 245 montre, au contraire, que si la paroi est convexe vers l'intérieur, un plus grand nombre de filets peut affluer vers l'orifice que dans les premières figures, et que la contraction doit être supérieure à ce qu'elle est dans ces mêmes figures.

Le cas de la figure 246, où l'orifice est formé par un tuyau pénétrant dans l'intérieur du vase, est celui où la contraction est la plus grande possible. Il forme à cet égard une sorte de limite, et cette circonstance a permis à Borda de déterminer théoriquement le rapport de la section contractée à l'orifice, rapport qui est aussi celui de la dépense effective à la dépense théorique. Il l'a trouvé égal à $\frac{1}{2}$ et ce résultat est rigoureusement confirmé par l'expérience. On est donc assuré que, pour tous les orifices possibles, ce rapport est compris entre 1 et $\frac{1}{2}$.

§ 452. *Détermination de la dépense effective; coëfficient de la dépense; tableaux.* — Le cas où l'orifice est pratiqué dans une paroi plane et mince est celui qui se présente le

plus fréquemment dans les applications, et il a été le sujet d'un très grand nombre d'expériences.

On appelle *coëfficient de la dépense* le nombre par lequel il faut multiplier la dépense théorique trouvée, § 249, pour avoir la dépense effective. Soit m ce coëfficient, on aura donc pour la dépense effective,

$$D = mov\ldots. \quad (2).$$

Ce coëfficient varie avec les dimensions de l'orifice et la charge d'eau sur le sommet de cet orifice, comme on pourra s'en assurer au moyen des tableaux suivants.

Le premier est relatif au cas où les charges d'eau sont mesurées dans un endroit où le liquide est stagnant; le second, au cas où les charges d'eau sont mesurées immédiatement au-dessus de l'orifice. Quelquefois en effet, on est obligé de mesurer la charge d'eau sur le sommet de l'orifice, où elle est toujours moindre que dans un lieu où le fluide est calme.

Table des coëfficients des formules de la dépense théorique des orifices rectangulaires verticaux en mince paroi, avec contraction complète, et versant librement dans l'air. (Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide soit parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet des orifices.	COEFFICIENTS DE LA DÉPENSE THÉORIQUE pour des hauteurs d'orifice de					
	$0^{m}20$	$0^{m}10$	$0^{m}05$	$0^{m}03$	$0^{m}02$	$0^{m}01$
m						
0,000	»	»	»	»	»	»
0,005	»	»	»	»	»	0,705
0,010	»	»	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	»	0,593	0,612	0,632	0,660	0 697
0,020	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,050	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,080	0,589	0,610	0 629	0,638	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,120	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,140	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,160	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,180	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,200	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655
0,250	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0 653
0,300	0,600	0,616	0,629	0 632	0,644	0,650
0,400	0,602	0,617	0 628	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0.638	0,642
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0 627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,6[illegible]6
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0 622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

Table des coëfficients des formules de la dépense théorique des orifices rectangulaires verticaux en mince paroi, avec contraction complète, et versant librement dans l'air. (Les charges étant relevées immédiatement au-dessus de l'orifice.)

CHARGES sur le sommet des orifices.	COEFFICIENTS DE LA DÉPENSE THÉORIQUE pour des hauteurs d'orifice de					
	$0^{m}20$	$0^{m}10$	$0^{m}05$	$0^{m}03$	$0^{m}02$	$0^{m}01$
m						
0,000	0,619	0,667	0.713	0,736	0,783	0,795
0,005	0.597	0,630	0,668	0.725	0,750	0,778
0.010	0.595	0,618	0,642	0,687	0,720	0,762
0,015	0,594	0,615	0,639	0.674	0,707	0,745
0,020	0,594	0 614	0,638	0,668	0,697	0,729
0,030	0,593	0,613	0,637	0.659	0,685	0.708
0,040	0.593	0,612	0,636	0,654	0,678	0,695
0,050	0,593	0,612	0,636	0,651	0,672	0,686
0,060	0,594	0,613	0,635	0,647	0,668	0,681
0,070	0,594	0,613	0,635	0.645	0.665	0,677
0,080	0.594	0,613	0,635	0,643	0,662	0,675
0,090	0,595	0,614	0,634	0,641	0 659	0,672
0,100	0,595	0,614	0,634	0,640	0,657	0,669
0,120	0,596	0,614	0,633	0,637	0,655	0,665
0,140	0,597	0,614	0,632	0,636	0,653	0,661
0,160	0,597	0 615	0,631	0,635	0,651	0,659
0,180	0,598	0.615	0,631	0,634	0,650	0,657
0,200	0,599	0,615	0,630	0,633	0,649	0,656
0,250	0,600	0.616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644	0,651
0,400	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0:628	0,630	0,640	0,645
0.600	0,604	0,617	0 627	0,630	0,638	0,643,
0,700	0,604	0,6[illegible]6	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0.628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0 604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	8,622	0,618
0,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0 616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0;613	0,613	0,611
2,000	0,601	0,607	0,614	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,510	0,603

Les résultats de ces tableaux sont relatifs à des orifices verticaux rectangulaires, en paroi mince, de $0^m,20$ de base, débouchant à l'air libre, et dont la hauteur ou l'ouverture a varié depuis $0^m,01$ jusqu'à $0^m,20$, sous des charges d'eau comprises entre les plus faibles et celles de $1^m,70$ sur le côté supérieur; charge passé laquelle le coëfficient de la dépense ne paraît plus éprouver de variations sensibles.

Quand une hauteur d'orifice sera comprise entre deux nombres des tableaux précédents, on prendra la moyenne arithmétique entre les deux coëfficients correspondants.

Lorsque la hauteur de l'orifice dépassera $0^m,20$, on prendra pour coëfficient de la dépense, celui qui correspond à l'orifice de $0^m, 20$.

§ 453. *Les résultats précédents paraissent devoir s'appliquer à de très grands orifices.* — Les résultats précédents étant fondés sur des expériences où les orifices ont eu jusqu'à 16 centimètres de diamètre, il n'est pas douteux qu'ils ne puissent s'appliquer à des orifices circulaires, carrés ou rectangulaires, ayant jusqu'à 15 ou 20 centimètres de diamètre moyen, avec une précision à peu près égale à celle des expériences mêmes; à l'égard des orifices plus considérables, il est à présumer qu'on peut encore se servir des tables précédentes sans s'exposer à des erreurs dangereuses dans les applications. Il est cependant quelques observations à faire sur les orifices que l'on a à considérer dans la pratique, et qui tiennent à ce que ces orifices peuvent varier de position par rapport aux faces du réservoir.

§ 454. *Valeurs du coëfficient de la dépense lorsque la contraction est complète et lorsqu'elle est incomplète.* — Dans ce qui précède nous avons supposé qu'il y avait *contraction complète*, c'est-à-dire que le fluide sortait librement du réservoir sans toucher le pourtour des parois ou le bord des orifices, et que ces orifices étaient éloignés du fond et des faces du réservoir. Les tableaux précédents ont été dressés dans ces hypothèses.

On dit que la contraction est *incomplète* lorsque un ou plusieurs côtés de l'orifice se trouvent compris dans le prolongement d'une ou de plusieurs des parois intérieures du réservoir. En effet, les filets fluides sortent par ces côtés parallèlement entre eux, et la contraction y est supprimée. On possède peu d'expériences sur ce cas de l'écoulement, mais nous admettrons d'après celles qui ont été faites, que m étant le coëfficient de la dépense en paroi mince avec contraction complète, relatif à l'orifice et à la charge que l'on considère, il devient

$m\,(1+0{,}035)$ si la contraction n'a lieu que sur trois côtés.
$m\,(1+0{,}072)$ . . . . sur deux côtés.
$m\,(1+0{,}125)$ . . . . sur un côté.

§ 455. *Valeur du coëfficient de la dépense pour les vannes d'écluses ordinaires.* — On a aussi quelques expériences faites sur de grands orifices où la contraction était à peu près supprimée sur le côté inférieur. Elles sont relatives aux vannes des écluses, ont été faites sous de très fortes charges, l'orifice ayant jusqu'à 1^{m} carré de surface, et s'accordent pour assigner au coëfficient de la dépense la valeur moyenne

$$m=0{,}625,$$

qu'on pourra adopter avec confiance pour l'appliquer aux pertuis des portes d'écluses, pour lesquels la contraction est à peu près nulle sur la base. Ce coëfficient s'accorde d'ailleurs sensiblement avec celui qu'on déduirait du résultat du § 454, combiné avec ceux que contient la colonne du tableau relative à l'orifice de $0^{m},20$ de hauteur.

§ 456. *Remarque relative au cas où l'orifice est noyé, ou en partie noyé. Cas de deux orifices voisins; applications.* — Le coëfficient de la dépense pour ce cas est le même que si l'orifice débouchait à l'air libre, pourvu qu'on estime alors la vitesse d'écoulement d'après la formule (2) du § 446.

Quant au cas où l'orifice ne se trouverait qu'en partie noyé, on le supposerait partagé en deux autres, l'un dé-

bouchant librement dans l'air, l'autre sous l'eau du bief inférieur, et l'on appliquerait séparément à chacun les formules qui s'y rapportent, adoptant un même coëfficient pour la dépense.

Enfin, lorsque deux orifices sont accolés et ouverts en même temps, le coëfficient de la dépense diminue beaucoup et devient égal à 0,55. Cette diminution se fait sentir pour les grands orifices des écluses, même quand ils sont à deux ou trois mètres l'un de l'autre.

Applications : Contraction complète. 1° Quelle est la dépense effective d'un orifice de $0^m,13$ de hauteur, sur $1^m,35$ de largeur et sous une charge de $1^m,20$ sur le sommet de l'orifice, débouchant à l'air libre.

Nous prendrons l'équation (2) $D=mov$ du § 452, dans laquelle nous mettrons pour m le coëfficient du premier tableau du § 452 correspondant à la charge $1^m,20$ et à la hauteur d'orifice 0, 13. Mais, comme cette dernière ne s'y trouve pas, nous prendrons, § 452, la moyenne entre le coëfficient 0, 604 correspondant à $0^m,20$ et 0, 614 correspondant à $0^m,10$. Cette moyenne est 0, 609. Donc $m=0,609$... L'orifice o est égale à sa base $1^m,35$ multipliée par sa hauteur $0^m,13$ ou $o=1^m,35\times0^m,13$. La vitesse est celle due à la charge $1^m,20$ et se trouve au tableau du § 445, ou se calcule par la formule $v=\sqrt{2gh}$. Donc, en définitive,

$$D=0,609\times1,35\times0,13\times\sqrt{2g.1^m,20}\text{ ou}$$

$$D=0,609\times1,35\times0,13\times4,85=\overset{\text{m. cubes}}{0,518}$$

l'orifice dépense donc 518 litres d'eau par seconde.

2° *Contraction complète.* Quelle est la dépense effective par seconde d'un orifice noyé de $0^m,05$ de hauteur sur $0^m,75$ de largeur, le niveau du réservoir supérieur étant de $1^m,30$ au-dessus du réservoir inférieur.

L'équation $D=mov$ dans laquelle m est égal à 0,622,

si la charge a été relevée au-dessus de l'orifice $o = 0^m,75 \times 0^m,05$, $v = \sqrt{2g\,1^m,30} = 5,05$, donne, en substituant,

$$D = 0,622 \times 0,75 \times 0,05 \times 5,05 = \overset{m.c.}{0,118}.$$

L'orifice dépense donc 118 litres d'eau par seconde.

3° *La contraction ayant lieu sur trois côtés.* — Quelle est la dépense effective d'un orifice de $0^m,15$ de hauteur sur 1^m de largeur et sous une charge de $1^m,61$ sur l'orifice, débouchant à l'air libre, et dont le seuil est dans le prolongement du fond du réservoir.

Puisque la contraction a lieu sur trois côtés, le coëfficient de la dépense devra être multiplié par 1,035. On aura donc

$$D = 1,035\,mov;\ m = \frac{0,602 + 0,611}{2} = 0,6065;$$

$$o = 0^m,15 \times 1^m;\ v = \sqrt{2g.\,1^m61} = 5,62.$$

Donc

$$D = 1,035 \times 0,6065 \times 0,15 \times 5,62 = \overset{m.c.}{0,529} = 529 \text{ litres}$$
par seconde.

4° *La contraction ayant lieu sur deux côtés.* — Quelle est la dépense effective d'un orifice de $0^m,20$ de hauteur sur $1^m,2$ de largeur, et sous une charge de $1^m,61$ sur l'orifice, débouchant à l'air libre, dont le seuil est dans le prolongement du fond du réservoir, et dont l'un des côtés verticaux se trouve dans le prolongement des parois du réservoir.

$$D = 1,072\,mov;\ m = 0,602;\ o = 0,20 \times 1,2;$$

$$v = \sqrt{2g.\,1,61} = 5,62. \text{ Donc}$$

$$D = 1,072 \times 0,602 \times 0,20 \times 1,2 \times 5,62 = \overset{m.c.}{0,870}.$$

5° *La contraction n'ayant lieu que sur le côté supérieur.* — Si dans l'exemple précédent les deux côtés de l'orifice et le fond se trouvaient dans le prolongement des faces du réservoir, alors la formule deviendrait

$D = 1,125 . mov$. Donc

$$D = 1,125 \times 0,602 \times 0,20 \times 1,2 \times 5,62 = \overset{\text{m. c.}}{0,913}.$$

6° Quelle est la dépense effective en une seconde d'une vanne d'écluse, qui démasque un orifice de $0^m,50$ de hauteur sur $0^m,75$ de largeur, débouchant à l'air libre sous une charge de 2^m sur le seuil. On aura

$$D = 0,625 \times 0,50 \times 0,75 \times \sqrt{2g.1,75}.$$

La hauteur h qui donne la vitesse n'est que de 1,75 sur le sommet de l'orifice. Effectuant, il vient

$$D = \overset{\text{m. c.}}{1,373}.$$

7° Quand deux vannes d'écluse sont voisines, nous avons vû qu'il fallait prendre pour le coëfficient de la dépense 0,55.

Quelle est la dépense effective faite par deux orifices semblables au précédent, dans les mêmes circonstances, placés à moins de 3^m l'un de l'autre? On trouve

$$D = 2 \times 0,55 \times 0,50 \times 0,75 \times 4,80 = \overset{\text{m. c.}}{1,980}.$$

§ 457. *Dépense des gaz par un orifice.* — En appliquant aux gaz ce qui vient d'être dit des liquides, la dépense théorique d'une conduite de gaz sera obtenue en multipliant sa vitesse en mètres à l'orifice, par l'aire de cet orifice en mètres carrés. On aura donc

$$D = ov$$

pour l'expression de la dépense théorique en mètres cubes, et

$$D = mov$$

pour la dépense effective, en donnant à m une valeur relative à la forme de l'orifice.

On fait $m = 0,61$, si la contraction est complète, $m = 0,84$ si l'orifice est terminé par un ajutage cylindrique, dont la longueur égalerait 2 à 4 fois son diamètre, supposé très

petit par rapport à la section de la conduite. Enfin, on fait $m = 0,96$, si, comme il arrive presque toujours pour les conduites d'air qui alimentent les hauts-fourneaux et les feux d'affinerie, l'orifice est situé à l'extrémité d'une buse raccordée avec ces conduites.

§ 458. *Ecoulement de l'eau par des déversoirs. Résultats d'expérience. Influence de la contraction.* — Quand un orifice rectangulaire pratiqué dans la paroi verticale et mince d'un réservoir est entièrement ouvert par la partie supérieure, ou que la charge sur le sommet est nulle, il forme alors ce qu'on nomme un *déversoir* ou quelquefois un *reversoir*. Les circonstances de l'écoulement sont totalement changées, attendu que le niveau s'abaisse au-dessus et en amont de l'orifice, et qu'on ne peut connaître la grandeur de la section de cet orifice que par des expériences spéciales.

Soit l la largeur de l'orifice, (*fig.* 247); soit H la charge totale AB au-dessus de la base A de l'orifice, mesurée en un endroit du réservir où le fluide soit parfaitement stagnant. Supposons l'orifice rempli jusqu'en B prolongement du niveau dans le réservoir. La vitesse moyenne du fluide serait celle qui a lieu au milieu de la hauteur H. Elle serait donc due à la hauteur $\frac{H}{2}$, et aurait pour valeur

$$v = \sqrt{2g\frac{H}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2gH} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2gH} = 0,707\sqrt{2gH}.$$

La dépense théorique aurait donc pour expression

$$l \times H \times v = 0,71\, lH\sqrt{2gH}$$

Mais la veine est loin de remplir toute la hauteur AB. On peut voir facilement que l'eau se déprime en arrière de l'orifice, et que sa surface suit une courbe dans le genre de la trajectoire parabolique. Ainsi l'orifice n'est pas rempli sur toute la hauteur H. Pour les cas ordinaires de la pratique, le coëfficient de la dépense paraît être $0,57$, ce qui donne pour la dépense la formule

$$D = 0,405\, lH\sqrt{2gH} \dots \quad (3).$$

Il ne faut pas oublier que H est la charge au-dessus du seuil. Des expériences ont appris que la valeur du coëfficient était variable pour les différentes valeurs de H, mais la formule précédente suffit pour tous les cas de la pratique. Toutefois, on pourra se servir du tableau suivant :

Valeurs de H	0,01 m	0,02 m	0,03 m	0,04 m	0,06 m	0,08 m	0,10 m	0,15 m	0,20 m	0,22 m
Valeurs de m	0,424	0,417	0,412	0,407	0,401	0,397	0,395	0,393	0,390	0,385

N'oublions pas que H doit être mesuré en un point C assez éloigné de B ou de A pour que le fluide y ait peu de vitesse; cette distance est environ 1 à 2 fois la largeur de l'orifice, lorsque cette largeur est très-petite par rapport à celle du réservoir, et 2 à 3 fois si elle lui est égale.

§ 459. *Règle pour trouver la hauteur du niveau de l'eau au-dessus du seuil de l'orifice. Influence de la contraction.* — Lorsqu'on n'a pas à sa disposition d'instrument de nivellement pour déterminer H, on est réduit à mesurer directement l'épaisseur moyenne AD de la lame d'eau au-dessus du bord intérieur A du déversoir. Cette hauteur est liée à la charge, à la largeur du réservoir et à celle du déversoir par une formule due à MM. Poncelet et Lesbros, mais il suffira, dans la pratique, de faire $H = 1{,}25\,AD$, quand la largeur du déversoir sera égale à celle du réservoir, et $H = 1{,}178\,AD$, quand la largeur du déversoir sera les $\frac{4}{5}$ de celle du réservoir.

Quant à l'influence de la contraction ou de la proximité du bord de l'orifice et des parois du réservoir, elle paraît être très faible, du moins toutes les fois que la section du réservoir est encore fort grande par rapport à celle de l'orifice, et notamment lorsque le fond du réservoir est situé à une certaine distance du bord inférieur de ce dernier.

§ 460. *Applications.* — Quel est le volume d'eau qui s'écoule en une seconde par un déversoir de 8^m de large, dont

le seuil est à $0^m, 15$ au-dessous du niveau général du réservoir.

La formule (3), § 459, donne pour la règle pratique

$$D = 0,\ 405 \times 8 \times 0,\ 15 \times \sqrt{2g.\ 0,15} = \overset{\text{m. c.}}{0,\ 836}.$$

et en appliquant le tableau du même paragraphe,

$$D = 0,\ 393 \times 8 \times 0,\ 15 \times \sqrt{2g.\ 0,15} = \overset{\text{m. c.}}{0,\ 811}.$$

2° Quel est le volume d'eau qui s'écoule en une seconde par une vanne de 5^m de largeur qui forme déversoir, l'épaisseur moyenne de la lame d'eau au-dessus du seuil de la vanne étant $0^m, 15$.

Dans cette hypothèse, § 459, $H = 1{,}25.\ 0^m{,}15 = 0^m{,}1875$.

Donc $D = 0{,}3915 \times 5 \times 0{,}1875 \times \sqrt{2g.\ 0{,}1875} = \overset{\text{m. c.}}{0,\ 705}$.

ou, (3) § 458, $D = 0,\ 405.\ 5.\ 0,\ 1875.\ 1{,}92 = \overset{\text{m. c.}}{0,\ 729}$.

§ 461. *Ecoulement par un tuyau additionnel, ou à gueule-bée.* —Tout ce qui a été dit jusqu'à présent ne convient qu'aux orifices percés dans une paroi plane et mince d'un grand réservoir. Du reste, cette paroi peut être horizontale, verticale ou inclinée d'une manière quelconque à l'horizon, elle peut même avoir une certaine épaisseur, pourvu que, comme on l'a déjà remarqué, la veine s'en détache complètement à partir des bords intérieurs ou qui répondent au réservoir, ce qui a lieu généralement toutes les fois que cette épaisseur n'excède pas une fois à une fois et demie la distance des bords opposés et les plus rapprochés.

Si l'orifice se trouve prolongé par l'épaisseur des parois d'une quantité plus forte, et telle que l'eau venant rejoindre ces parois au-delà de l'orifice, les suive exactement, et remplisse en entier l'espèce de tuyau qu'elles forment, et qu'on nomme *ajutage*, *tuyau additionnel* ou *buse*, l'expé-

rience démontre que les circonstances de l'écoulement qu'on dit alors se faire à *gueule-bée* ou à *plein tuyau*, sont totalement changées. Il n'y a point ici de contraction extérieure. Les filets fluides sortent de l'orifice extrême ef du tuyau, (*fig*: 248), parallèlement à eux-mêmes. Cependant on observe une dépense moindre que celle qui serait due à la hauteur de ab sur l'orifice ef. Cette dépense est d'ailleurs plus grande que si le fluide jaillissait dans l'air à la sortie de l'orifice cd, et que le tuyau additionnel n'existât point.

§ 462. *Expression théorique de la vitesse du fluide.*— Soit v la vitesse du fluide à l'orifice cd supposé infiniment petit. Quoique la veine ne jaillisse point dans l'air, elle ne se contracte pas moins, et comme les vitesses du fluide sont en raison inverse des sections par lesquelles il passe, la vitesse en gh où la contraction est la plus grande, aura pour valeur

$$v.\frac{cd}{gh} \text{ ou } \frac{v}{m},$$

en appelant m le rapport de la section contractée gh à l'orifice cd. Mais la section du tuyau étant égale à l'orifice cd, le fluide reprend après la section gh, la vitesse v avec laquelle il sort du vase. Cela posé, en nommant p le poids d'une petite masse d'eau élémentaire, nous remarquerons que cette masse, en quittant gh où elle a la vitesse $\frac{v}{m}$, rencontre ensuite des tranches qui n'ont que la vitesse v, et que, dans cette rencontre, § 283, elle perd une vitesse égale à

$$\frac{v}{m} - v, \text{ ou } v\left(\frac{1}{m} - 1\right),$$

et par conséquent une force vive égale à

$$\frac{p}{g}\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 v^2.$$

Mais elle possède de plus une force vive $\frac{p}{g}\, v^2$. Cette force

vive augmentée de la force vive perdue doit constituer le double du travail développé par la chute de l'eau $= 2ph$. On aura donc

$$\frac{p}{g}v^2 + \frac{p}{g}\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 v^2 = 2ph, \text{ d'où}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}.$$

La contraction à la section gh doit ici se faire de la même manière que pour un orifice percé dans une paroi plane et mince. On doit donc, dans les cas ordinaires, faire $m = 0{,}62$. Cette valeur, introduite dans la formule précédente donne

$$v = 0{,}8526\sqrt{2gh}.$$

D'où il suit que la vitesse effective, dans le cas d'un petit tuyau additionnel cylindrique, est environ les 0, 85 de la vitesse théorique, la charge étant forte et la contraction ayant lieu sur trois côtés.

§ 463. *Résultats d'expériences; influence de l'ajutage; formule.* — Des expériences ont été faites sur ce genre d'écoulement, et l'on a remarqué que, pour les tuyaux cylindriques d'un diamètre égal à celui de l'orifice, et dont la longueur est comprise entre une fois et demie et trois fois ce diamètre, dans les mêmes cas pour lesquels l'orifice en mince paroi ne donnerait que le coëfficient de dépense 0, 61 environ, il devient 0,82 quand l'écoulement se fait à gueule-bée. Ce résultat peut être considéré comme une valeur moyenne. Il est d'ailleurs susceptible de varier avec la forme de l'ajutage. Quand la buse approche de la forme naturelle de la veine fluide, (*fig.* 249), le coëfficient devient 0, 95 environ. Il n'est que 0, 90, quand la forme de la buse est pyramidale ou conique, (*fig.* 250), et lorsque le plus petit orifice est à une distance de l'orifice intérieur du réservoir comprise entre une fois et demie et trois fois sa lar-

geur, et que son diamètre ou ses côtés sont respectivement les 0,80 de ceux de ce dernier.

Il est à remarquer que les coëfficients précédents s'appliquent seulement à l'orifice extérieur ou au plus petit orifice, dont l'aire doit être prise pour la valeur de o dans la formule

$$D = mo\sqrt{2gh} \ldots\ldots (4).$$

§ 464. *Remarque sur l'augmentation du coëfficient. Jets d'eau avec ajutage.* — On explique d'ailleurs l'augmentation de la dépense et du coëfficient dans ces divers cas, en observant que l'eau sort, à très-peu près, de l'orifice extérieur en filets parallèles, et n'éprouve ainsi qu'une contraction très faible, qu'on doit même considérer comme tout-à-fait nulle dans le cas des ajutages cylindriques; de sorte qu'à le bien prendre, la dépense, dans ce cas, devrait être précisément égale à celle que donne la formule théorique $D = ov$, § 449, sans coëfficient. La différence observée ne peut évidemment tenir ici, qu'à la résistance que les molécules éprouvent à se mouvoir dans l'intérieur du tuyau, et principalement aux pertes de force vive produites par les tourbillonnements intérieurs qui résultent de la rencontre des molécules avec les parois, après qu'elles ont traversé la section où elles se contractent en sortant de l'orifice intérieur.

L'expérience des jets d'eau avec ajutage prouve, en effet, que c'est bien la vitesse ou la force vive qui est altérée, car en désignant par h' la hauteur due à la vitesse $0,82v$, on aura pour cette hauteur

$$h' = \frac{(0,82)^2 v^2}{2g} = 0,67 . \frac{v^2}{2g} = 0,67\, h.$$

L'eau ne s'élèverait donc qu'à une hauteur égale aux deux tiers environ de la charge, par l'effet de la vitesse qu'elle a dans l'ajutage.

Les buses sont donc évidemment vicieuses, puisque la force vive est rendue moindre que celle due à la chute. A

mesure qu'on les fait plus longues, la vitesse v de sortie diminue, car les résistances du tuyau augmentent.

§ 465. *Dépense par les canaux découverts de petite longueur appelés coursiers.* — L'eau qui s'échappe des pertuis des usines est souvent conduite sur les roues au moyen de canaux découverts d'une certaine longueur, auxquels on donne le nom de *Coursiers*. L'orifice rectangulaire par lequel l'eau se rend dans un tel canal, est fermé ou ouvert au moyen d'une vanne dont l'épaisseur est toujours fort petite. Le cas le plus ordinaire est celui où le coursier a une petite longueur et une pente assez rapide, et où son fond et ses côtés sont dans le prolongement des bords intérieurs de l'orifice, (*fig.* 251). Alors la contraction s'opère comme pour un orifice en mince paroi, et l'eau est libre à sa surface supérieure quand elle est sortie. Le calcul s'établit comme si le canal n'existait pas, ou était enlevé, et que le fluide coulât librement dans l'air. Toutefois, ce résultat ne paraît avoir été obtenu que pour les fortes charges dans le réservoir avec de fortes ouvertures. Lorsque la charge est faible, ou que des obstacles s'opposent au libre écoulement dans les coursiers, l'eau gonfle en amont de l'orifice ou forme ce qu'on appelle un *remou*, qui souvent s'étend près de l'orifice et couvre la veine contractée. La contraction n'est plus alors apparente, et il s'établit une pression extérieure contre l'orifice, (*fig.* 252). La vitesse et la dépense sont à la fois altérées. Ce cas rentre alors dans celui d'un orifice noyé débouchant dans un autre réservoir, et la vitesse sera calculée, comme dans le § 446, par la formule

$$U=\sqrt{2g(h-h')},$$

dans laquelle h' sera la hauteur du remou au-dessus du centre de l'orifice. Puis l'on se servira de la formule de la dépense en employant le coëfficient convenable.

Pour les petites charges au-dessous de $0^m,40$, au lieu d'employer le mode de calcul précédent, on peut se servir du tableau suivant qui donne les coëfficients de la dépense pour

les diverses dispositions du coursier, (*fig.* 253, *a, b, c, d, e, f,*) et pour les hauteurs variables d'orifice.

hauteur de l'orifice.	charge sur le centre de l'orifice.	coëfficients de la dépense pour les dispositifs					
		a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
0, 20	0, 40	0,591	0,580	0,582	0,577	0,603	0,597
	0, 24	0,559	0,552	0,550	0,548	0,576	0,573
	0, 12	0,483	0,482	0,484	0,485	0,484	0,483
0, 10	0, 16	0,590	0,580	0,583	0,585	0,606	0,604
	0, 11	0,562	0,560	0,561	0,562	0,566	0,564
	0, 09	0,523	0,522	0,522	0,517	0,510	0,510
	0, 06	0,464	0,463	0,462	0,462	0,460	0,460
0, 05	0, 20	0,631	0,615	0,618	0,622	0,636	0,628
	0, 11	0,614	0,597	0,598	0,601	0,610	0,609
	0, 05	0,495	0,493	0,486	0,490	0,462	0,501
	0, 04	0,452	0,443	0.442	0,442	0,417	»
0, 03	0, 20	0.632	0,631	0,632	0,635	0.650	0,651
	0, 06	0,627	0,605	0,602	0,607	0,572	0,594

Application : Quelle est la dépense effective en une seconde d'un orifice de $0^{m},60$ de largeur et de $0^{m}, 05$ de hauteur sous une charge de $0^{m}, 11$ sur le centre, dans le cas du dispositif *c.*

Le coëfficient de la dépense étant 0,598, la dépense est donnée par la formule

$$D = 0,598 \times 0,60 \times 0,05 \times \sqrt{2g} \times 0^{m},11 = \overset{m.\ c.}{0, 026}.$$

§ 466. *Cas des orifices découverts prolongés par un canal ou coursier.* — Quand l'orifice est en déversoir et qu'il est prolongé extérieurement par un canal ou coursier, la dépense est encore altérée, et l'on obtient pour *m*, dans la formule du § 459 qui répond à ce cas, des valeurs généralement au-dessous de celles qui se rapportent aux déversoirs versant librement dans l'air. Le coëfficient pour l'orifice avec canal paraît être à celui pour l'orifice sans canal, à peu

près dans le rapport de 0,96 à 1, ce qui lui donnerait pour valeur moyenne

$$0,405 \times 0,96 = 0,39$$

qui probablement est un peu trop forte, et qui répond d'ailleurs à un cas d'expérience où la largeur horizontale de l'orifice égalait celle du réservoir, ce qui annulait les contractions latérales.

Dans le cas de la fig. 254, on voit que la veine éprouve quelquefois un remou, est recouverte par le gonflement de l'eau du canal. On pourrait, dans ce cas, considérer l'orifice comme partagé en deux autres, dont l'un *AB* entièrement noyé sur une hauteur déterminée par le prolongement de la surface de pente *LM* des eaux dans le canal, et l'autre *BC*, pour lequel l'eau s'écoule librement dans l'air, ainsi qu'il arrive pour les déversoirs sans canal.

On pourra d'ailleurs employer le tableau suivant qui donne ce coëfficient pour les diverses charges sur le seuil du déversoir, et pour les dispositions du coursier déjà signalées § 466.

charges sur le seuil.	Coëfficient de $lH\sqrt{2gH}$.				
	a.	*b.*	*d.*	*e.*	*f.*
0^m, 21	0, 319	0, 324	0, 322	0, 324	0, 336
0, 15	0, 314	0, 313	0, 314	»	»
0, 10	0, 305	0, 303	0, 303	0, 308	0, 315
0, 06	0, 283	0, 281	0, 280	0, 271	0, 287
0, 04	0, 272	0, 259	0, 257	0, 246	0, 260
0, 03	0, 227	0, 227	»	»	»

Applications. 1° *Dispositif a.* Quel est le volume d'eau qui s'écoule par un déversoir de 3^m,55 de largeur, accompagné

d'un coursier, et dont le seuil est à $0^m,15$ au-dessous du niveau du réservoir?

La formule $D = m l H \sqrt{2 g H}$ donne en mettant pour m le nombre 0, 314 du tableau

$$D = 0{,}314 \times 3{,}55 \times 0{,}15 \sqrt{2 g . 0{,}15} = \overset{\text{m. c.}}{0{,}288}$$

2° *Dispositif d.* Quel est le volume d'eau qui s'écoule en 1'' par un déversoir de 4^m de largeur accompagné d'un coursier dont le seuil est à $0^m,17$ au-dessous du niveau général du réservoir?

On trouve pour m le nombre

$$\frac{0{,}322 + 0{,}314}{2} = 0{,}318.$$

$$D = 0{,}318 . \times 4 \times 0{,}17 \sqrt{2 g 0{,}17} = \overset{\text{m. c.}}{0{,}396}.$$

3° *Dispositif f.* Quel est le volume d'eau qui s'écoule en 1'' par un déversoir de $3^m,5$ de largeur accompagné d'un coursier, et dont le seuil est à $0^m,25$ au-dessous du niveau?

$$m = 0{,}336 \text{ et } D = 0{,}336 \times 3{,}5 \times 0{,}25 \sqrt{2 g . 0{,}25} = \overset{\text{m. c.}}{0{,}650}.$$

§ 467. *Avantages que l'on trouve à diminuer la contraction.* — Pour éviter les pertes de force vive qui se font à l'entrée dans le coursier par suite du rétrécissement de la veine au sortir de l'orifice, on termine quelquefois ce dernier par une sorte de buse, (*fig.* 255), qui approche plus ou moins de la forme qu'affecte le jet, et qui est exactement prolongée par les parois du coursier; mais cette disposition est vicieuse, attendu qu'il en résulte toujours une perte de force vive qui augmente considérablement, quand, ainsi que cela se pratique dans certaines usines, la buse est fermée de toutes parts, et que l'ouverture de son orifice d'entrée est réglée par une vanne mince; il arrive alors que l'eau, après avoir subi une première contraction sous cette vanne, vient choquer les parois de la buse, et ne pouvant en sortir librement, se gonfle, en remplit toute la capacité, et perd

ainsi l'excès de sa vitesse primitive sur celle qu'elle est obligée de prendre en se disséminant sur une plus grande étendue de section.

En disposant au contraire les choses vers l'intérieur du réservoir, c'est-à-dire en amont de la vanne, de façon que la contraction latérale du fond soit à peu près annulée au moment où l'eau s'écoule par dessous cette vanne, pour se rendre dans le coursier qui forme le prolongement exact des bords de l'orifice, on sera certain que la perte de force vive sera absolument insensible puisqu'elle ne dépendra que des altérations de vitesse subies par le liquide dans l'intérieur du réservoir, c'est-à-dire dans les sections fort grandes, et où la vitesse est elle-même fort petite, par rapport à celle qui a lieu au sortir de l'orifice.

§ 168. *Dispositions employées pour diminuer la contraction.* — Pour remplir ce but, (*fig.* 256), on place le fond de l'orifice dans le prolongement de celui du réservoir, ou, si cela n'est pas possible, on raccorde ces deux fonds par une surface courbe tangente à chacun d'eux, ou, enfin, s'ils sont trop distants, on se contente de terminer celui de l'orifice par un arrondissement présentant la forme naturelle du rétrécissement de la veine. On pratique des raccordements ou des arrondissements analogues pour les côtés verticaux de l'ouverture, ainsi qu'il suit : cd étant la largeur réelle que doivent avoir le coursier et l'orifice ou la veine à sa sortie, on prendra $ab = \frac{4}{3} cd$ environ. $ef = ab = \frac{4}{3}\ cd$ au moins, ou $ef = \frac{3}{2}\ ab = 2\ cd$ au plus, puis on réunira a et b aux parois du coursier prolongé vers l'intérieur du réservoir, au moyen de courbes qui lui soient tangentes.

Les choses étant ainsi disposées, la contraction se trouvera sensiblement détruite sur trois des côtés de l'orifice, la vitesse à l'origine du coursier sera à très peu près égale à celle qui est due à la charge génératrice moyenne dans le réservoir, et le coëfficient de la dépense aura pour valeur,

même dans le cas de charges ou d'ouvertures assez fortes,
1° Si la vanne mince placée en cd est verticale. . 0,70
2° Si elle est inclinée, (*fig.* 257), ainsi que la retenue, à 1 de base sur 2 de hauteur 0,74
3° Si elle est inclinée à 1 de base sur 1 de hauteur. 0,80
Sous de faibles charges et de petites ouvertures de vanne, on devra, dans les mêmes circonstances, augmenter ces nombres de $\frac{1}{10}$ environ de leurs valeurs ci-dessus, en observant d'ailleurs que la hauteur de l'orifice, quand la vanne est inclinée, doit être prise perpendiculairement au fond du coursier.

L'utilité d'incliner la vanne et la retenue vers le dehors du réservoir n'a pas pour objet précisément de diminuer la contraction supérieure de la veine, mais bien de rapprocher le plus possible dans certains cas l'orifice du récepteur hydraulique, ce qui diminue les altérations de la vitesse du liquide produites par la résistance des parois du coursier.

§ 469. *Influence des étranglements ou des rétrécissements brusques des vannes ou conduites. Perte de force vive dans ce cas.* — Nous avons vu, § 462, comment on pouvait déterminer la vitesse de l'eau à sa sortie d'un ajutage cylindrique, et nous avons constaté qu'il y avait eu perte de force vive par l'effet du passage dans le tuyau additionnel. Nous allons nous proposer de trouver en général la perte de force vive due aux étranglements ou aux rétrécissements brusques dans l'intérieur des vases ou conduites d'eau.

$ABCD$, (*fig.* 258), est un vase renfermant un liquide dont AB est le niveau. ab est l'orifice de sortie, et ce vase est en outre traversé en $A'B'$ par une paroi solide percée aussi d'un orifice $a'b'$. Soit a l'aire de ab et a' celle de $a'b'$. Le fluide, étant obligé de passer par $a'b'$, se contracte; puis il vient choquer les molécules qui sont en avant dont la vitesse est nécessairement moindre, car la même quantité d'eau devant passer par toutes les sections, les vitesses doivent être en raison inverse des aires de ces sections. Il ré-

sulte donc de ce choc une perte de force vive mesurée par l'excès de la vitesse en $a'\,b'$ sur celle que le fluide reprend un peu plus loin. Si $a\,b$ est assez distant de $a'\,b'$ pour que les tourbillonnements soient éteints en $A''\,B''$ par exemple, ou pour que les filets marchent parallèlement et avec une même vitesse en $A''\,B''$, comme cela a lieu en $A\,B$ et aux sections contractées de $a\,b$ et de $a'\,b'$, il sera facile de calculer les vitesses en ces différents endroits au moyen de l'une d'entre elles. Soit A la section du vase, v la vitesse inconnue du fluide à la section contractée de l'orifice $a\,b$, v' celle qui correspond à la section contractée de $a'\,b'$, et v'' la vitesse du fluide à la section $A''\,B''$ du vase, m le coëfficient de la dépense en $a\,b$, m' celui en $a'\,b'$. Ces coëfficients sont donnés par la table du § 452. La dépense en $a\,b$ sera égale à mav, la dépense en $a'\,b'$ à $m'\,a'\,v'$, et la dépense par la section $A''\,B''$, $A\,v''$. Ces trois dépenses sont égales; on aura donc

$$mav = A\,v'', \text{ d'où } v'' = \frac{mav}{A};$$

$$\text{et } m'\,a'\,v' = mav, \text{ d'où } v' = \frac{ma}{m'\,a'}v.$$

La vitesse relative avec laquelle le fluide qui sort de $a'\,b'$ vient choquer celui de $A''\,B''$ est donc

$$v' - v'' = \frac{ma}{m'\,a'}v - \frac{mav}{A} = ma\left(\frac{1}{m'\,a'} - \frac{1}{A}\right)v.$$

La perte de force vive qui se fait au-delà de a' est donc égal à $\frac{p}{g}$ masse du fluide écoulé pendant une seconde, multipliée par

$$(v' - v'')^2, \text{ ou par } m^2a^2\left(\frac{1}{m'\,a'} - \frac{1}{A}\right)^2 v^2,$$

qui correspond à un travail perdu égal à

$$\frac{1}{2}\,\frac{p}{g}\,m^2a^2\left(\frac{1}{m'\,a'} - \frac{1}{A}\right)^2 v^2.$$

La même quantité d'eau p tombant de la hauteur h jusqu'à l'orifice ab, a développé un travail ph qui est égal à la moitié de la force vive de l'eau à l'orifice ab, c'est-à-dire à $\frac{p}{2g}v^2$, augmentée du travail précédent. On aura donc

$$ph = \frac{p}{2g}v^2 + \frac{1}{2}\frac{p}{g}m^2a^2\left(\frac{1}{m'a'} - \frac{1}{A}\right)^2 v^2. \text{ D'où}$$

$$v^2 = \frac{2gh}{1+m^2a^2\left(\frac{1}{m'a'} - \frac{1}{A}\right)^2}; \text{ et } v = \sqrt{\frac{2gh}{1+m^2a^2\left(\frac{1}{m'a'} - \frac{1}{A}\right)^2}}.$$

On voit que la vitesse est moindre que $\sqrt{2gh}$ ou que celle qui est due à la charge, et qu'ainsi elle est diminuée par l'étranglement intérieur $a'b'$.

De ce cas général, on peut déduire celui des tuyaux additionnels cylindriques, § 462, en faisant

$$a = a' = A,$$

car la section du tuyau et les deux orifices sont égaux; et en faisant $m = 1$, car l'eau sort en suivant les parois du tuyau.

En faisant ces hypothèses dans la valeur précédente de v, on trouve

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}},$$

qu'on a déjà obtenu, § 462.

Application : soit

$$A \overset{\text{m.c.}}{=} 0,5;\ a = \pi\,(0^{\text{m}},1)^2;\ a' = \pi\,(0^{\text{m}},2)^2;\ h = 1^{\text{m}},5.$$

On trouve d'abord pour m le nombre 0,612, et pour m', en supposant l'orifice placé à $0^{\text{m}},30$ du niveau supérieur, le nombre 0,601. Substituant dans la valeur précédente de v, on a

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+m^2a^2\left(\frac{1}{m'a'} - \frac{1}{A}\right)^2}} = 5^{\text{m}},302.$$

La dépense $p = mav = 0,612.\pi\,(0^{m},1)^2\,v = 0^{mc},102.$

La perte de force vive devient donc

$$\frac{1}{2}\frac{p}{g}m^2a^2\left(\frac{1}{m'a'}-\frac{1}{A}\right)^2 v^2 = 6^{km},8.$$

Le travail total $ph = 153^{km}$. Le travail de l'eau à la sortie est donc

$$\frac{p}{2g}v^2 = 146^{km},2.$$

§ 470. *De l'écoulement de l'eau par des tuyaux d'une grande longueur.* — Nous avons jusqu'ici fait abstraction d'une force retardatrice qui n'a, en effet, qu'une influence négligeable dans tous les cas où la vitesse du fluide est très petite et ses sections très grandes, mais dont il faut tenir compte lorsqu'il s'agit de tuyaux d'une grande longueur, par rapport à leur diamètre. Cette résistance est celle que les parois opposent au mouvement du fluide, par suite de l'adhérence que contractent avec elles les molécules immédiatement en contact.

Supposons donc deux réservoirs éloignés $ABCD$ et $A'B'C'D'$ (*fig.* 259), mis en communication par un tuyau d'une longueur quelconque $a\,b\,a'\,b'$. Soit h la charge génératrice, ou la différence des deux niveaux AB et $A'B'$. Soit L la longueur du tuyau, C son périmètre, v la vitesse constante dans le tuyau, et a la section de ce dernier. Des observations faites par Coulomb, confirmées par les conséquences que M. de Prony en a déduites, montrent que, pour les liquides, la résistance que les parois opposent au mouvement du fluide, évaluée comme perte de travail, est proportionnelle à la masse d'eau $\frac{p}{g}$ écoulée dans une seconde multipliée par la quantité $\frac{L.C.v^2}{a}$, et aussi par un nombre constant dont la valeur n est 0,0035. Cette perte est donc exprimée par le produit $0,0035.\frac{p}{g}.\frac{LC}{a}.v^2$. Si

l'on suppose qu'il n'y a dans toute l'étendue de la conduite ni étranglements, ni coudes brusques qui occasionnent des chocs, les résistances se réduiront à celle dont nous venons de parler, et à celle § 469, due au rétrécissement en $a\,b$. L'équation des forces vives, relative au mouvement du fluide, donnera donc, en faisant, pour ce cas,

$$A = a' = a, \text{ et } m = 1:$$

$$ph = \frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 + \frac{1}{2}\frac{p}{g}\left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 v^2 + \frac{p}{g}n\frac{LC}{a}v^2.$$

D'où l'on tire

$$v^2\left\{1 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 + \frac{2\,nLC}{a}\right\} = 2\,gh. \text{ Et}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,gh}{1 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 + \frac{2\,nLC}{a}}}$$

en faisant m' égale à la moyenne des coëfficients du tableau du § 452, qui est à peu près $m' = 0,582$, et n égal à $0,0035$, il vient

$$v = \sqrt{\frac{2\,gh}{1,515 + \frac{0,007\,LC}{a}}}.$$

Soit D le diamètre du tuyau, on aura

$$C = \pi D, \text{ et } a = \frac{\pi D^2}{4}. \text{ D'où } \frac{C}{a} = \frac{4}{D}.$$

Substituant dans la valeur de v, on a

$$v = \sqrt{\frac{2\,ghD}{D.1,515 + 0,028\,L}},$$

qui peut encore être mis sous cette forme :

$$v = \sqrt{\frac{2\,g}{0,028}\left(\frac{Dh}{L + \frac{1,515}{0,028}D}\right)},$$

ou enfin :

$$v = 26,44\sqrt{\frac{Dh}{L + 54D}} \ldots (1).$$

La dépense se calculera par la formule théorique du § 449. Cette dépense sera égale à

$$\frac{\pi D^2}{4} v \text{ ou } Q = \frac{D^2 v}{1,273} \ldots (2).$$

Souvent on peut, dans la formule (1), négliger le terme $54D$ devant L lorsque la conduite a une grande longueur. Alors cette formule devient

$$v = 26,44\sqrt{\frac{Dh}{L}} \ldots\ldots (3).$$

Application : Soit $L = 4000^{\text{m}}$; $D = 0^{\text{m}},08$; $h = 10^{\text{m}}$.

La formule (1) donne

$$v = 26,44\sqrt{\frac{0,08.10}{4000+54.0,08}} = 0^{\text{m}},373.$$

La formule (2) donne

$$Q = \frac{(0^{\text{m}},08)^2.0,373}{1,273} = 0^{\text{mc}},001879.$$

§ 471. *Trouver le diamètre d'une conduite qui doit débiter un volume d'eau donné.* — On vient de voir comment il était possible de calculer le volume d'eau fourni dans 1" par une conduite. On pourrait se proposer de résoudre le problême de l'établissement d'une conduite capable de débiter un volume d'eau donné en 1".

Pour résoudre ce problême, et trouver ce qu'il importe de trouver dans cette circonstance, c'est-à-dire le diamètre des tuyaux, nous substituerons la valeur de v, (3), dans l'équation (2), § 470, et nous considérerons D comme l'inconnue. Il viendra :

$$(1,273)^2 Q^2 = (26,44)^2 \frac{D^5 h}{L}. \text{ D'où}$$

$$D=\sqrt[5]{\frac{(1,273)^2 L Q^2}{(26,44)^2 h}};$$

et réduisant :

$$D=0,297\sqrt[5]{\frac{Q^2 L}{h}}\;.\;.\;.\;.\;.\;(4).$$

Application : Quel doit être le diamètre d'une conduite d'eau capable de débiter en 1" 380 litres d'eau, sa longueur étant de 1200^m, et la hauteur du réservoir supérieur au-dessus de celui dans lequel elle débouche étant de 5^m ? On trouve

$$D=0,297\sqrt[5]{\frac{(0,380)^2\times 1,200}{5}}=0^m,603.$$

§ 472. *Trouver la différence de niveau des deux réservoirs.* — On pourra également se proposer de trouver la hauteur h à laquelle la conduite peut élever la quantité d'eau donnée qu'elle débite en 1", connaissant le diamètre et la longueur de la conduite. Dans ce cas, on substituera la valeur de v (1) dans la formule (2), § 470, et l'on tirera la valeur de h, ce qui donne

$$h=\frac{Q^2(L+54D)}{431,39D^5}\;.\;.\;.\;.\;.\;(5).$$

Application : Quelle sera la hauteur du niveau du bassin de réception au-dessous du réservoir supérieur, la conduite ayant $0^m,2$ de diamètre, 400^m de longueur, et devant débiter 300 litres d'eau par seconde? On trouve

$$h=\frac{0,09(400+54.0,2)}{431,39.(0,2)^5}=2^m,678.$$

§ 473. *Vitesse et dépense de l'eau dans des canaux d'une grande longueur à régime constant.* — Les usines sont souvent précédées de canaux d'une grande longueur destinés à y amener les eaux. Ces canaux ont un profil en forme de trapèze ou de rectangle (*fig.* 260); dans la plupart des cas,

la pente est uniforme, assez faible, le profil est constant, la surface de l'eau est parallèle au fond du canal, et la vitesse moyenne est sensiblement la même dans les diverses sections, ce qui fait dire alors que le *régime* du canal est *uniforme.* Mais quelquefois le canal a une faible longueur, comme il arrive dans les coursiers des usines; le régime varie alors d'un point à l'autre; des chocs, des pertes de force vive, des tourbillonnements se manifestent, et il devient difficile de soumettre le mouvement du liquide au calcul. Nous allons examiner le cas où le canal a une longueur égale au moins à 100 fois la largeur. Dans ces canaux la vitesse est constante, et on la calcule par un procédé analogue à celui que nous avons déjà employé, § 470 et 469.

On admet encore ici, et l'expérience confirme, que la résistance des parois peut être représentée, comme dans le cas des tuyaux de conduite, par le même produit

$$0,0035\,\frac{p}{g}\,\frac{L\,C}{a}\,v^2;$$

v étant ici la vitesse moyenne et constante dans chaque section. C le contour de la partie mouillée du profil, a l'aire du profil transversal de l'eau, et L la longueur du canal pour une hauteur de pente H. La pente pour un mètre sera donc $\frac{H}{L}$. Il n'y a ici aucun rétrécissement, et par conséquent aucune perte de force vive. De plus puisque la vitesse reste la même, il n'y a aucun accroissement de force vive due à la hauteur H. Le travail pH est donc tout entier absorbé par le frottement sur le fond et les bermes, et lui est égal. On a donc, pour l'équation des forces vives :

$$pH = 0,0035\,\frac{p}{g}\,\frac{L\,C}{a}\,v^2.$$

D'où l'on tire :

$$v = 52,94\sqrt{\frac{aH}{LC}} \quad \ldots \quad (1).$$

Application : Quelle est la vitesse moyenne de l'eau dans un canal en maçonnerie à section rectangulaire de $2^m,5$ de largeur, $1^m,3$ de profondeur, de 400^m de longueur, et dont la surface aurait une pente totale de $0^m\,8$. On a .

$$a=2^m,5\times 1^m,3; H=0^m,8; L=400^m; C=2^m,5+2\times 1^m,3.$$

Substituant, on trouve

$$v=1^m,89.$$

La vitesse étant déterminée, pour avoir la dépense, il suffit de multiplier la section du canal par la vitesse, ou

$$D=av.$$

Dans l'application précédente, on trouve :

$$D=6^{mc},1425.$$

§ 474. *Détermination de la pente pour une vitesse donnée.* — Si l'on voulait déterminer la pente pour une vitesse donnée, on tirerait la valeur de $\frac{H}{L}$ de la formule (1) du § 473, ce qui donnerait

$$\frac{H}{L}=\frac{1}{(52,94)^2}\times\frac{v^2C}{a}.$$

Réduisant,

$$\frac{H}{L}=0,0003568\ \frac{v^2C}{a}.\ .\ .\ .\ (2).$$

La valeur de la pente sera donc déterminée, lorsqu'on voudra faire l'établissement d'un canal sous des conditions relatives à la vitesse et à la forme du profil. Mais cette vitesse ne peut être donnée d'une manière arbitraire. Quand elle est trop grande, elle corrode le fond et les berges du canal. Quand elle est trop petite, l'eau n'est plus susceptible d'emporter les limons qui surviennent dans les temps de crues, et le canal finit par s'engorger. Ordinairement on lui donne une valeur comprise entre $0^m,20$ et $0^m,30$. De la valeur de v, on déduit l'aire de la section par $a=\frac{D}{v}$ et

par suite le contour mouillé C, quand on connaîtra la forme du canal. Car si elle est rectangulaire, la hauteur de l'eau dans le canal étant donnée et égale à h, on aura, en désignant la largeur par b,

$$a = bh. \text{ D'où } b = \frac{a}{h}$$

et par suite le contour mouillé

$$c = b + 2h = \frac{a}{h} + 2h.$$

Si la section du canal a la forme d'un trapèze, en se donnant encore la hauteur h de l'eau et l'inclinaison des bermes, on déterminera aisément la base b. Supposons les bermes inclinées à 45°. On aura

$$a = bh + h^2; \text{ d'où } b = \frac{a - h^2}{h},$$

et le contour mouillé

$$C = 2h\sqrt{2} + \frac{a - h^2}{h} = \frac{h^2(2\sqrt{2} - 1) + a}{h}.$$

Dans le cas où i représenterait l'angle de la berme avec l'horizon, on trouverait le contour mouillé

$$C = \frac{2h}{\sin. i} + \frac{a}{h} - \frac{h}{\tang. i}.$$

§ 475. *Relations entre la vitesse moyenne, la vitesse à la surface et la vitesse au fond.*— Lorsque l'on n'a pas à sa disposition les instruments nécessaires pour déterminer, avec l'exactitude suffisante, la pente du canal sur une longueur convenable, on cherche à mesurer la vitesse moyenne par l'observation directe. Les expériences prouvent que la vitesse est loin d'être la même dans tous les endroits d'un canal ou d'un cours d'eau à régime uniforme, qu'elle est la plus grande vers le milieu et un peu au-dessous de la surface, et qu'elle diminue depuis cet endroit jusqu'au fond et en s'approchant des rives. D'après les expériences de Dubuat, M. de Prony a établi des rapports très simples entre la

vitesse à la surface V, la vitesse moyenne U, et la vitesse au fond W. Ces relations, qui ne dépendent ni de la figure ni de la grandeur absolue des sections, sont :

$$U = \frac{V(V+2,372)}{V+3,153} \text{ et } W = 2U - V.$$

On s'épargnera le calcul de cette première formule en se servant de la table suivante :

Valeurs de V....	0m	0,5m	1m	1,5m	2m	2,5m	3m	3 5m	4m	4,5m	5m
Valeurs de $\frac{U}{V}$....	0,752	0,786	0 812	0,832	0,848	0,862	0,873	0,883	0,891	0,898	0,904

Dans les cas les plus ordinaires de la pratique, où la vitesse moyenne est comprise entre $0^m,20$ et $1^m,50$ par seconde, on pourra se contenter de prendre simplement, d'après M. de Prony :

$$U = 0,816\,V, \text{ ou } U = 0,8\,V.$$

§ 476. *Moyens de mesurer la vitesse à la surface.* — Il existe plusieurs procédés pour mesurer la vitesse à la surface. Le plus simple et le plus exact encore, consiste à jeter dans le milieu du courant un flotteur léger en bois de chêne, par exemple, qui dépasse très peu la surface du liquide, afin d'offrir peu de prise à l'action de l'air. On le jette à l'eau, un peu en amont du point où l'on commence à mesurer la longueur, pour que l'uniformité de son mouvement s'établisse, et on le suit avec une montre sur la plus grande étendue possible. En répétant les opérations plusieurs fois, on parvient à déterminer avec une exactitude suffisante la vitesse à la surface, d'où l'on déduit ensuite la vitesse moyenne et la dépense.

On peut encore le faire au moyen du *tube de Pitot*, qui est un tuyau recourbé à angle droit, ordinairement en fer blanc, dont l'une des branches se place horizontalement dans le sens du courant, l'ouverture dirigée en amont; dans l'autre branche verticale, le liquide s'élève à une hauteur

qui dépend de la vitesse du courant, et que l'on mesure à l'aide d'un flotteur gradué. Mais les oscillations continuelles du liquide dans la branche verticale ne permettent pas de conclure la vitesse avec assez d'exactitude, et d'ailleurs cet instrument ne paraît devoir être employé que lorsqu'il a été étudié préalablement dans un courant réglé dont la vitesse est connue.

On emploie encore un moulinet léger à axe horizontal, portant des ailettes en partie immergées à la surface de l'eau, et dont on observe la vitesse de régime, soit directement, soit à l'aide d'un compteur. Mais la difficulté d'installer l'instrument, et de tenir compte du frottement de l'aire et des tourillons, a forcé d'y renoncer dans la plupart des cas.

§ 477. *Vitesse de régime des cours d'eau.* — Quant à la vitesse au fond, s'il n'est pas nécessaire de la connaître pour calculer le produit d'eau, il importe, dans l'établissement des canaux, de la renfermer dans des limites convenables. En effet, comme nous l'avons déjà dit, si elle est trop grande, elle peut détériorer le canal en entraînant les matériaux qui le constituent, et si elle est trop faible, les vases et les limons apportés par les pluies d'orage se déposeraient en abondance et obstrueraient le lit.

Il résulte des observations de Dubuat, que les vitesses sous lesquelles les substances qui composent le lit des canaux commencent à être entraînées, sont données par le tableau suivant :

Désignation des substances.		Vitesse par seconde au fond.
		m
Argile brune, propre à la poterie.		0,081
Gros sable jaune.		0,217
Gravier de la Seine,	gros comme un grain d'anis.	0,108
Idem	gros comme un pois au plus.	0,189
Idem	g. comme une fève de marais.	0,325
Galets de mer arrondis de $0^{m},027$ de diamètre. .		0,650
Pierre à fusil anguleuse du volume d'un œuf de poule		0,975

A ces données qui peuvent servir à l'établissement des canaux et fournir des indications approximatives et précieuses sur leur vitesse de stabilité et de régime, quand ils sont construits, nous joindrons le tableau suivant, cité par Navier, et tiré de l'encyclopédie d'Edimbourg :

Désignation des substances.	Limite de la vitesse de stabilité. m
Terre détrempée, brune	0,076
Argile tendre.	0,152
Sable.	0,305
Gravier	0,609
Cailloux.	0,614
Pierres cassées, silex.	1,220
Cailloux agglomérés, schistes tendres.	1,520
Roches en couches.	1,830
Roches dures.	3,050

§ 478. *Jaugeage des cours d'eau.— Le jaugeage* d'une eau courante consiste à mesurer le volume liquide qui passe par une section du cours d'eau pendant un temps donné.

On peut opérer ce jaugeage par différents moyens, soit en recueillant directement le volume du liquide écoulé dans un temps donné, au moyen de vases ou bassins d'une capacité connue, soit, si le courant possède un régime uniforme, en observant la vitesse à la surface, pour en conclure la vitesse moyenne, et multipliant cette vitesse par le profil; soit en barrant directement le cours d'eau, s'il ne l'est déjà, et pratiquant dans ce barrage un orifice de fond ou de superficie disposé de manière à ce que les règles des §§ 452 et suivants, puissent recevoir une application certaine, et que le niveau se maintienne en amont de ce barrage à une hauteur constante, de sorte qu'on soit certain qu'il arrive autant d'eau qu'il s'en écoule par l'orifice dont il s'agit.

Les fontainiers emploient un procédé analogue pour les faibles produits d'eau; il consiste à barrer le courant avec

une plaque mince dans laquelle on perce sur une même ligne horizontale, une suite d'ouvertures circulaires de 27 millimètres de diamètre, qu'on ferme d'abord avec des tampons, puis qu'on débouche successivement et en nombre suffisant pour que le niveau en amont devienne constant et se tienne à une hauteur convenue au-dessus du centre des trous. Le diamètre des trous est de $0^m,027707$; la hauteur du niveau au-dessus du centre est égale à $0^m,01579$, la plaque est très mince. Une seule ouverture donne par minute $13^l,47$. C'est ce que l'on nomme le *pouce d'eau* des fontainiers parce que les trous ont un pouce de diamètre.

Il existe beaucoup d'incertitude sur la valeur du pouce d'eau, due à l'influence variable de la paroi de l'orifice. M. de Prony a proposé pour *module d'eau* une dépense de 10^{mc} censés écoulés en 24 heures, dont le double est, d'après ses propres expériences, fourni par un orifice circulaire de $0^m,02$ de diamètre, ayant sur son centre une charge de $0^m,05$, garni d'un ajutage cylindrique dont la longueur serait $0^m,017$, ce qui fait rentrer ce cas d'écoulement dans ceux des tuyaux additionnels où l'eau sort à gueule-bée.

§ 479. *De la vitesse dans les coursiers, à leur naissance et à leur extrémité.* — Les coursiers sont des canaux de petite longueur. Ils servent à amener l'eau sur le récepteur, (*fig.* 261).

L'addition d'un coursier à un orifice ne paraît pas altérer la vitesse de l'eau à la naissance de ce coursier, à l'endroit où a lieu la plus grande contraction de la veine; mais au-delà, c'est-à-dire à une distance d'environ deux fois la largeur de l'orifice, il s'opère un effet analogue à celui que nous avons apprécié pour les tuyaux additionnels, § 462. La veine, sollicitée par la pesanteur et la résistance du fond du coursier, s'élargit et finit bientôt par rencontrer les parois latérales de ce dernier, la vitesse est diminuée et le fluide perd une portion de sa force vive, qu'il est très difficile d'évaluer directement, attendu que le fluide ne reprend pas immédiatement un régime uniforme, comme cela a lieu sensi-

blement pour le cas des tuyaux fermés et complétement remplis ou versant l'eau à gueule-bée.

On admet ordinairement que la vitesse est altérée dans le même rapport que pour les tuyaux additionnels. Ainsi m étant le coëfficient de la dépense pour l'orifice donné, la vitesse sera donnée par la formule

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}$$

ou plus simplement

$$v=0{,}82\,V,$$

V étant la vitesse due à la charge sur le centre de l'orifice.

Lorsqu'on veut déterminer la vitesse à l'extrémité du coursier, il y a deux cas à examiner : si le coursier a peu de longueur et une grande pente, comme il s'en rencontre fréquemment dans les forges, alors on peut faire abstraction de la résistance des parois, et la marche des filets est parallèle. Ayant déterminé la dépense à l'orifice comme à l'ordinaire, § 465, on divisera cette dépense par l'aire de la section du coursier, et l'on aura la vitesse moyenne dans ce coursier. Soit U cette vitesse. Soit, de plus, h la pente totale du coursier depuis le seuil jusqu'à l'extrémité du coursier. Le principe des forces vives nous donnera

$$\frac{p}{g}v^2=\frac{p}{g}U^2+2\,ph;\ \text{d'où}\ v^2=U^2+2\,gh;\ \text{et}$$

$$v=\sqrt{U^2+2\,gh}=\sqrt{2\,g\left(\frac{U^2}{2\,g}+h\right)}\ldots\ldots(1).$$

Lorsque le coursier a une grande longueur et une petite pente, on doit tenir compte de la résistance que ces parois opposent au mouvement de l'eau. Il peut alors se présenter deux cas. Le premier est celui où l'on peut aborder le dessus et l'extrémité inférieure du coursier. Alors on opérera comme précédemment, en mesurant le profil de la lame d'eau, et divisant la dépense par ce profil, ce qui donnera la vitesse moyenne. On achèvera le calcul comme précédemment.

Si l'on ne peut pas aborder le dessus du coursier, on prendra pour la vitesse à l'orifice, ou plutôt un peu au-delà de la section contractée de la veine, la vitesse $U=0,82\,v$ § 463, v étant celle due à la charge sur l'orifice. Alors on calculera, comme précédemment, la vitesse u à l'extrémité du coursier, comme si l'on faisait abstraction de la résistance des parois, par la formule

$$u=\sqrt{U^2+2gh},$$

et l'on prendra approximativement pour vitesse moyenne dans le canal la moyenne arithmétique $\frac{U+u}{2}$ entre celle au commencement et celle à la fin du coursier. La perte de travail sur le fond du coursier sera alors égale, § 470, à

$$0{,}0035\,\frac{LC}{a}\left(\frac{U+u}{2}\right)^2.\frac{P}{g}.$$

On aura donc pour l'équation des forces vives

$$\frac{P}{g}U'^2=\frac{P}{g}u^2-2\times 0{,}0035\,\frac{LC}{a}\left(\frac{U+u}{2}\right)^2\frac{P}{g}.\text{ D'où}$$

$$U'=\sqrt{U^2+2gh-0{,}007\,\frac{LC}{a}\left(\frac{U+u}{2}\right)^2}\;\ldots\;(2).$$

Applications: 1° Quelle est la vitesse de l'eau à l'extrémité d'un coursier de $1^m,40$ de longueur, $0^m,25$ de pente, la charge sur le centre étant égale à $1^m,10$ et le coëfficient de la dépense étant 0,62. On a.

$$U=\sqrt{\frac{2gh}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}=\sqrt{\frac{2g.1,1}{1+\left(\frac{1}{0,62}-1\right)^2}}=3{,}964.$$

La table donne

$$\frac{U^2}{2g}=H=0{,}8009;$$

on aura donc (1)

$$v=\sqrt{2g\,(0^m{,}8009+0{,}25)}=4^m{,}54.$$

2° Dans les mêmes circonstances, quelle est la vitesse à l'extrémité d'un coursier de 7^m de longueur et de $0^m,40$ de pente totale, la largeur de l'orifice étant de 1^m, et sa hauteur de $0^m,25$. On a d'abord (1°),

$$U=3,964. \text{ Puis}$$

$$u=\sqrt{U^2+2gh}=\sqrt{15,713+2g.0^m,40}=4,854$$

et l'on a

$$\frac{U+u}{2}=4,409.$$

Le coëfficient de la dépense étant 0,62 on a

$$D=0,62\times 1^m\times 0^m,25\sqrt{2g.1^m,1}=0,72075;$$

$$\frac{D}{\frac{U+u}{2}}=a=0,163;\ C=1^m+2\times 0,163=1^m,326.$$

Substituant dans (2) il vient

$$U'=\sqrt{15,713+7,84-0,007\frac{7\times 1,326}{0,163}\times(4,409)^2}=\overset{m}{3},975.$$

ROUES HYDRAULIQUES.

§ 480. *Considérations générales sur les récepteurs hydrauliques.* — On possède un grand nombre de moyens d'utiliser l'action de l'eau sur les machines, parmi lesquels il faut distinguer les roues hydrauliques, qui produisent immédiatement le mouvement de rotation continu autour d'un axe fixe, et qui, par ce motif et par beaucoup d'autres, sont généralement employées dans les usines de l'industrie.

Quel que soit le mode adopté pour transmettre l'action de l'eau aux machines, le principe des forces vives assigne des conditions générales à remplir, pour que *l'effet utile*

et transmis s'approche le plus possible de la quantité de travail absolue développée par la gravité sur l'eau motrice, dans sa descente depuis le niveau supérieur jusqu'à celui du bief inférieur ou canal de fuite. Nous allons entrer dans quelques explications préliminaires à ce sujet, afin de n'avoir pas à y revenir aussi longuement lorsqu'il s'agira de chaque roue en particulier.

§ 481. *Hauteur effective de chute; perte de force vive à l'entrée de l'eau sur le récepteur.* — Quelle que soit la roue employée, l'eau arrive sur elle avec une vitesse antérieurement acquise V, relative à la hauteur totale de la chute depuis le niveau du réservoir jusqu'au point où elle atteint la machine, à la résistance et aux pertes de force vive de toute espèce qu'elle a éprouvées depuis sa sortie du réservoir. Ces pertes peuvent s'évaluer, comme nous l'avons vu, approximativement; quand donc nous parlerons de la vitesse de l'eau due à la chute, nous entendrons celle qui a lieu à l'entrée sur le récepteur, et qui ne sera due alors qu'à une hauteur H qui sera moindre que la hauteur réelle de la chute. Cette hauteur H est ce qu'on appelle la *hauteur* disponible. Le travail total disponible pourra donc être représenté par $m\,g\,h$ ou par $1000\,EH$ ou par $1000\,\frac{V^2}{2g}$, en désignant par m la masse d'eau dépensée en une seconde, ou par E son volume en mètres cubes, car on a

$$V^2 = 2gH,$$

et pour l'eau,

$$mg = 1000\,E\text{k}.$$

Lorsque l'eau arrivera sur la roue, le point qu'elle rencontrera sera animé lui-même d'une vitesse absolue v. Il y aura donc choc et perte de force vive qui sera celle due à la vitesse perdue.

§ 482. *Travail dû à la pesanteur; perte de force vive à la sortie du récepteur.* — Après le choc, il pourra arriver, ou que l'eau quitte entièrement la machine, ou qu'elle y de-

meure fixée pendant un certain temps, soit qu'elle en prenne et conserve la propre vitesse, soit qu'elle se meuve sur ses parties mobiles, en glissant dans les canaux, etc. Dans le premier cas elle aura exercé toute son action sur la machine pendant la durée même du choc; dans le second et le troisième, elle continuera à agir par son inertie et son poids. La gravité aura donc développé sur elle, dans sa descente sur la machine, depuis son point d'entrée jusqu'à son point de sortie, une certaine quantité de travail qu'on pourra facilement évaluer, et qui sera une fraction du travail renfermé dans la chute totale. Enfin, l'eau à sa sortie pourra posséder une certaine vitesse qui correspondra à une certaine quantité de force vive capable elle-même d'un travail égal à la moitié de cette force vive. C'est une perte qui entrera aussi dans l'évaluation du travail total.

§ 483. *Pertes de travail qu'on peut négliger.* — Dans les calculs qui vont suivre, nous ferons abstraction des diverses résistances dues aux mouvements du fluide, et qui peuvent encore entraîner des pertes de force vive, parce que dans beaucoup de cas, elles seront tout-à-fait négligeables. Nous ne ferons pas entrer non plus dans les calculs le travail nécessaire pour vaincre l'inertie du récepteur, pour le faire sortir du repos, car cette quantité de travail est encore négligeable, et d'ailleurs le mouvement étant supposé parvenu à l'uniformité, comme nous le dirons tout-à-l'heure, l'accroissement de force vive est nul, et l'inertie ne joue aucun rôle lorsque la machine marche. Une résistance qui n'est pas négligeable est celle du frottement des tourillons de la roue, mais comme cette perte peut s'évaluer aisément, § 197, et qu'il est inutile d'en compliquer les calculs, nous nous souviendrons seulement qu'il n'en est pas tenu compte dans l'évaluation du travail utile.

§ 484. *Les calculs doivent être faits sous la vitesse de régime.* — Il est essentiel de remarquer que le calcul ne peut s'appliquer aux roues qu'autant qu'elles sont en mouvement; car lorsqu'on ouvre la vanne qui donne accès à l'eau

sur la roue, celle-ci ne prend pas instantanément la vitesse propre au travail; cette vitesse augmente donc progressivement à partir de zéro, comme nous l'avons remarqué, § 336 et suivants. Au bout d'un certain nombre de périodes ou d'oscillations, le mouvement atteint sensiblement sa limite, il se régularise, et la vitesse que la machine prend est dite de *régime* ou de *stabilité*. C'est toujours à cet état de mouvement qu'il faudra appliquer les calculs.

Or, la vitesse des pièces de la machine redevenant la même à la fin de chaque oscillation, on peut, lorsqu'il ne se produit pas d'intermittences brusques dans leur mouvement, négliger l'influence de l'inertie de ces pièces; c'est-à-dire supposer que leur force vive reste constante à tous les instants du mouvement, ou que son accroissement est nul entre deux instants suffisamment éloignés.

§ 485. *Manière de représenter le travail utile. Equation des forces vives. Conditions à remplir pour obtenir le maximum d'effet.* — L'effet utile de ces roues pourra toujours être assimilé à celui qui consisterait à élever un poids à une certaine hauteur pendant le temps qu'il se dépense une masse m d'eau donnée. Rien n'empêche de supposer que ce poids est remplacé par un effort P exercé à la circonférence moyenne de la roue pour laquelle la vitesse est v, et dans la direction de cette vitesse; alors le travail en une seconde étant le produit de l'effort P par le chemin v décrit en une seconde, sera représenté par

$$Pv^{\text{km}}.$$

Il résulte des considérations précédentes, qu'on pourra toujours écrire l'équation des forces vives, lorqu'on aura calculé tous les travaux partiels que l'eau aura perdus ou déposés dans la machine, car le travail total de la chute disponible devra être égal à la somme de ces travaux partiels. D'où l'on conclura la valeur du travail utile qui sera égale, si l'on a bien saisi les explications des paragraphes précédents, *à la quantité d'action totale due à la chute dispo-*

nible, diminuée de la quantité de travail conservée par l'eau lorsqu'elle quitte la machine, et de celle qui est perdue par son choc en entrant.

Par conséquent, pour que la machine transmette le *maximum* absolu d'effet utile, on devra rendre nulles les deux quantités soustractives, la force vive de l'eau à la sortie et celle perdue par le choc; ce qui revient à dire que *l'eau doit arriver sans choc sur la machine et en sortir sans vitesse.* Ces conditions sont souvent impossibles à remplir, et l'on est obligé de se contenter de faire remplir à la machine les conditions qui conviennent au *maximum d'effet relatif.* En étudiant chaque roue en particulier, nous examinerons avec soin les moyens à employer pour obtenir ce maximum d'effet relatif, et pour le faire approcher le plus possible du *maximum absolu.*

§ 486. *Roues verticales à palettes planes mues par dessous. Description.*—Ces roues, (*fig.* 262), malgré leurs défauts très graves, sont encore les plus généralement employées dans les usines, par suite de la simplicité de leur construction et de l'empire de la routine. Elles consistent ordinairement en deux ou plusieurs jantes circulaires en bois, soutenues par quatre, six ou huit bras assemblés sur l'arbre qu'ils traversent ou embrassent extérieurement. Des *aubes* ou palettes planes, ordinairement en bois, sont placées à la circonférence extérieure des jantes, et fixées sur les prolongements des bras, ou sur des *bracons* assemblés dans les jantes. On donne assez généralement à ces palettes $0^m,30$ à $0^m,40$ de largeur dans le sens du rayon, on les écarte de $0^m,30$ à $0^m,40$ à la circonférence extérieure, et leur largeur varie avec la force du cours d'eau, ou celle qu'on veut obtenir du moteur : un coursier, ordinairement rectiligne, emboîte inférieurement les aubes, auxquelles on ne doit laisser de côté et en dessous, qu'un jeu de $0^m,01$ à $0^m,02$. La pente de ce coursier varie de

$$\frac{1}{8} \text{ à } \frac{1}{15}.$$

L'épaisseur de la lame d'eau qui sort de la vanne, ou plutôt celle qui s'établirait dans le bas du coursier si la roue était enlevée, ne doit être que de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{4}$ de la hauteur des aubes, dans le sens du rayon, afin que le remou qui se produit en avant ne puisse pas dépasser le côté intérieur de ces aubes.

La vanne est ordinairement verticale et placée à une certaine distance de la roue. Cette distance doit être diminuée le plus possible. La largeur de la vanne est le plus souvent égale à celle du coursier, ce qui entraîne une perte de force vive.

§ 487. *Théorie des roues à palettes planes mues par dessous.* — Soit H la hauteur disponible, c'est-à-dire celle due à la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, hauteur qui peut être très différente de la chute véritable, si l'on n'a pas disposé les choses de manière à diminuer la contraction de l'eau, les pertes de force vive, qui sont autant de causes qui absorbent en pure perte une partie du travail total dû à la chute, § 481. Soit m la masse de l'eau dépensée en une seconde, et v la vitesse de régime de la roue, en un point dont la vitesse est v. Le travail utile sera représenté par Pv, § 485. Le travail total dû à la chute de l'eau pourra être exprimé, soit par mgH, soit par $\frac{mV^2}{2}$, d'après la rélation $V^2 = 2gH$. Lorsque l'eau viendra frapper les aubes, elle perdra brusquement une vitesse égale à $V - v$, et conservera, après les avoir frappées, leur vitesse propre v. Elle perdra donc par le choc une force vive dont la valeur sera $m(V-v)^2$ pendant une seconde, et conservera après sa sortie une force vive mv^2. Ces deux quantités de force vive correspondent chacune à un travail égal à leur moitié respective, ou à

$$\frac{m(V-v)^2}{2} \text{ et } \frac{mv^2}{2}.$$

En définitive, le travail total mgH sera donc égal à la somme de toutes ces quantités, ce qui donnera l'équation

$$mgH = Pv + \frac{m}{2}(V - v)^2 + \frac{m}{2}v^2.$$

D'où l'on tire, toutes réductions faites, et à cause de

$$mgH = \frac{mV^2}{2},$$

$$Pv = mv(V - v) \ldots. (1).$$

C'est l'expression du travail utile théorique produit par une roue à aubes planes pendant une seconde.

§ 488. *Condition à remplir pour obtenir le maximum d'effet ; valeur de ce travail maximum.* — Des trois quantités qui entrent dans l'expression précédente de Pv, la vitesse de la roue est la seule que l'on puisse faire varier, car la vitesse de l'eau et la dépense sont déterminées par la chute et la ressource du cours d'eau. Or, si l'on suppose $v = V$, Pv devient nul ; ce qui fait voir que la limite de la vitesse de la roue est celle due à la hauteur de chute : la veine d'eau rencontrant les aubes avec une vitesse égale à la leur, il n'y a point de choc, et par conséquent point de force vive perdue, en sorte que l'eau peut avoir acquis, à l'instant où elle quitte la roue, toute la vitesse que la chute peut produire. D'un autre côté, si l'on fait v nul, le travail utile est encore nul. Il doit donc exister entre les quantités V et v une relation qui rende Pv un maximum. Cherchons à rendre le produit $(V - v)v$ le plus grand possible. Prenons sur une ligne une longueur $AB = V$ (*fig.* 263), et sur cette longueur à partir de A, une autre $AC = v$; la ligne $CB = V - v$, et la figure donne

$$\overline{CD}^2 = AC \times BC = v(V - v).$$

On rendra donc le produit $v\,(V - v)$ le plus grand possible en rendant le carré $\overline{CD}^2$ le plus grand possible. Or, la plus grande valeur de CD est le rayon qui correspond à une

valeur de v égale à la moitié de V. Donc, pour rendre le travail un maximum, il faut faire

$$v=\frac{V}{2},$$

c'est-à-dire la vitesse de la roue égale à la moitié de celle du courant.

Cette valeur de v étant substituée dans l'équation (1) du § 487, il vient

$$Pv=\frac{1}{4}mV^2=\frac{1}{2}mgH\ldots.\ (2).$$

D'où l'on voit que dans le cas du maximum d'effet, les roues à aubes planes ne produisent en effet utile, théoriquement, que la moitié du travail qui est réellement disponible à l'instant où l'eau atteint la roue.

§ 489. *Résultats de l'expérience et formules pratiques.* — Les expériences de Smeaton et celles de Bossut s'accordent à montrer que la valeur

$$v=\frac{1}{2}V$$

indiquée par la théorie pour la vitesse des aubes, est une limite au-dessous de laquelle on doit se tenir dans la pratique, et qu'il convient de faire seulement

$$v=\frac{2}{5}V.$$

Les mêmes expériences paraissent devoir assigner à la valeur de Pv (1), le coëfficient $\frac{2}{3}$ ou mieux encore 0,60; c'est-à-dire que, dans la pratique, l'effet produit n'est que les 0,60 de celui indiqué par la théorie. Le même coëfficient étant appliqué à l'équation (2), donne pour le travail maximum

$$Pv=0,60\,mgH\ldots.\ (3),$$

$$Pv = \frac{1000}{g} AV(V-v)v\,;$$

et pour le maximum :

$$Pv = \frac{1}{2}\,1000\,AVH.$$

Des expériences de M. Christian démontrent que, dans ce cas la vitesse de la roue qui correspond au maximum d'effet est encore

$$v = 0,4\,V,$$

et qu'alors l'effet utile réel est de 0, 75 environ de celui que donnent les formules précédentes, quand les ailes sont entièrement plongées dans l'eau du courant. Avec ce coëfficient, les formules précédentes deviennent, toutes réductions faites,

$$Pv = 76,45\,AV(V-v)\,v\ldots(7) \text{ et } Pv = 375\,AVH\ldots(8).$$

Applications. Quel est l'effet utile d'une roue à aubes planes qui a sur le fond du coursier un jeu de $0^m,04$, la largeur du coursier étant $L = 1^m$, et celle des palettes $= 0^m,85$. Le volume de l'eau dépensé

$$E = 0^{\text{m.c.}},450;\ V = 5^m,50;\ v = 3^m.$$

On a d'abord

$$ab = \frac{E}{VL} = 0^m,082. \text{ D'où } a'b' = 0^m,082 - 0^m,04 = 0^m\,042.$$

L'aire de la partie de l'aube plongée sera donc

$$A = 0^m,85 \times 0^m,042 = 0^{\text{m.q.}},0357.$$

$$Pv = 76,45.0,0375.\ 5,5\,(5,5-3)\,3 = 112^{\text{k.m.}},5 = 1^{\text{chev.}},5.$$

Le travail de la chute est ici

$$\frac{mV^2}{2} = 694^{\text{km}}.$$

Le rapport de l'effet utile à l'action dépensée est donc

$$\frac{112}{694} = 0,16.$$

§ 491. *Remarque sur le travail utile des roues à aubes planes. Perfectionnements proposés.* — Ainsi, dans la pratique et dans les circonstances les plus favorables, ces roues transmettent moins que le tiers de travail absolu du moteur, et même l'effet utile peut être beaucoup plus faible par un trop grand jeu laissé aux aubes dans le coursier. Si l'on considère de plus que la vitesse V n'est pas celle due à la hauteur de la chute, et que cette vitesse n'y est que les 0, 82, on en conclura que le travail n'est que les $(0,82)^2$ du travail total $\frac{mV^2}{2}$ ou les $\frac{2}{3}$ environ de ce travail. Les $\frac{2}{3}$ de 0, 30 donnent 0, 2 ou $\frac{1}{5}$; ainsi les roues à aubes planes ne sauraient donc rendre plus que le $\frac{1}{5}$ de celui renfermé dans la chute. Souvent même ce travail ne s'élève qu'à 0, 1.

On a cherché les moyens d'augmenter l'effet utile des roues à palettes, en inclinant les aubes vers l'amont, d'un angle d'environ 25° sur le prolongement des rayons, et en taillant le coursier suivant un arc concentrique à la roue sous le diamètre vertical de celle-ci. On prescrit encore, comme nous l'avons déjà dit, pour éviter la contraction, d'incliner la vanne le plus possible sous la roue. Enfin, on a ajouté sur les bords latéraux des aubes, des rebords ou liteaux d'environ 0^m, 05 à 0^m, 08 de saillie.

Quoiqu'il en soit, ces moyens ne peuvent remédier aux défauts qu'ont les roues à palettes planes de ne transmettre qu'une faible portion du travail moteur, par suite des pertes de force vive dues aux chocs et à la vitesse que conserve l'eau après avoir agi. Néanmoins ces roues ont quelques qualités importantes pour l'industrie, et la principale c'est la faculté de pouvoir prendre une grande vitesse, sans que l'effet utile s'écarte du maximum qui leur est propre, ce qui dispense dans beaucoup de circonstances, d'employer des engrenages multipliés. Dans la vue de conserver aux roues à aubes *verticales* ce précieux avantage, tout en évi-

tant les pertes de force vive dons il vient d'être parlé, M. Poncelet a imaginé les roues à aubes courbes dont nous allons donner la théorie.

§ 492. *Roues verticales à aubes courbes mues par dessous. Description.* — Ces roues destinées à remplacer partout avec avantage les anciennes roues à ailettes, et dont un grand nombre existent déjà en France et à l'étranger, doivent leurs qualités à la forme des aubes et à un ensemble de dispositions pour lesquelles on a mis à profit les résultats de la théorie et de l'expérience, et sur lesquelles nous entrerons d'abord dans quelques détails.

Le pertuis est disposé de la manière suivante : Le fond du coursier et celui du réservoir sont à peu près dans le prolongement l'un de l'autre, ou raccordés tangentiellement; les côtés verticaux sont garnis de parties arrondies, destinées à annuler la contraction latérale ; la vanne est inclinée sous la roue, ordinairement à 1 ou 2 de base sur 2 de hauteur; il résulte de là que la contraction est beaucoup diminuée, et que le coëfficient de la dépense est, § 468, 0, 74 ou 0, 80, selon l'inclinaison plus ou moins grande de la vanne (*fig.* 264).

De plus, le coursier ayant exactement la même largeur que l'orifice, la veine fluide conserve à peu près les mêmes dimensions qu'à sa sortie, et il ne se fait presque pas de perte de force vive.

La pente du coursier depuis l'orifice jusqu'au dessous de la roue est de

$$\frac{1}{10} \text{ à } \frac{1}{15};$$

afin de conserver à l'eau toute la vitesse qu'elle a en sortant de cet orifice, ce qui, au surplus, n'est point indispensable.

Le fond du coursier est tangent à la circonférence extérieure de la roue, sauf un petit jeu indispensable qui est de $0^m, 01$ pour les roues en fonte et $0^m, 02$ pour celles en bois qui ne sont jamais d'une exécution parfaite, et qui peuvent

fléchir ou se fausser. Le coursier est plan jusqu'à la perpendiculaire abaissée du centre de la roue sur le fond de ce coursier. A partir de cette ligne il se recourbe suivant un arc de cercle concentrique à la roue, afin que les aubes se trouvent emboitées jusqu'au point où l'eau s'échappe de la roue. Le développement de l'arc *B C* doit être égal à l'intervalle de deux aubes consécutives augmenté de 0^m, 05 à 0^m, 06, afin que le jeu, par lequel l'eau peut s'échapper en dessous de la roue, ne soit jamais plus considérable que celui qui est strictement nécessaire.

Cet arc de cercle se termine par un ressaut brusque, dont le sommet doit être au niveau des eaux moyennes dans le canal de fuite, et qui a pour objet de faciliter le dégorgement de la roue. Dans le même but on donne à ce canal de fuite toute la section, c'est-à-dire toute la largeur et la profondeur qu'il peut recevoir dans chaque localité, immédiatement à partir du ressaut.

Les aubes sont assemblées et contenues entre deux couronnes annulaires montées sur un certain nombre de bras et destinées à empêcher l'eau de se répandre latéralement, au lieu d'agir sur ces aubes. La largeur de ces couronnes dans le sens du rayon doit être le quart au moins de la hauteur de chute, comme nous le verrons tout-à-l'heure. L'écartement intérieur des couronnes est ordinairement de 0^m,06 environ plus grand que la largeur de l'orifice et du coursier, afin que l'eau entre facilement dans les aubes. Les joues verticales du coursier ont, au-dessous de la roue, une échancrure circulaire concentrique aux couronnes, pour qu'elles puissent librement tourner sans permettre à l'eau de s'échapper par les côtés de la roue, qui d'ailleurs doit être entièrement dégagée latéralement et extérieurement.

La courbure des aubes est indifférente pourvu qu'elle soit continue, et se raccorde à peu près tangentiellement avec la circonférence extérieure des couronnes, et qu'elle se termine sur leur circonférence intérieure à peu près à angle droit. On la fait ordinairement circulaire, et pour en déter-

miner le centre, en un point quelconque b de la circonférence extérieure, on mène une tangente, et l'on fait passer par ce point b une ligne inclinée d'environ 30° sur la tangente. Le point o où la perpendiculaire à cette ligne rencontre la circonférence intérieure, est le centre de l'aube dont le rayon est ob. D'après cette construction, on voit que les aubes ne sont pas tout-à-fait tangentes à la circonférence extérieure, ce qui rendrait la sortie de l'eau difficile.

Quant au nombre des aubes, il est ordinairement de 36 pour les roues de 3 à 4^m de diamètre, et de 48 pour celles de 6 à 7^m. On les fait en tôle de fer de 4 à 6 millimètres d'épaisseur, ou en bois, comme les douves d'un tonneau, et on les assemble dans les joues. Les bords des aubes en bois doivent être terminés par une feuille mince de tôle, pour éviter le choc de l'eau sur la tranche.

§ 493. *Théorie des roues à aubes courbes. Conditions du maximum d'effet.* — En adoptant les mêmes notations que pour la roue précédente, il est facile de trouver le travail théorique effectué par une roue à aubes courbes pendant une seconde. Le travail total renfermé dans la chute sera toujours

$$mgH \text{ ou } m\frac{V^2}{2},$$

le travail utile Pv, V étant la vitesse avec laquelle la lame d'eau arrive à la circonférence extérieure de la roue, et qui, d'après la description du pertuis et du coursier, est sensiblement celle due à la charge d'eau sur le seuil, et v étant la vitesse à la circonférence extérieure. L'eau entrant tangentiellement dans la palette de la roue, il n'y aura pas de choc, et par conséquent pas de force vive perdue. Mais l'eau, en entrant dans l'aube, possède la vitesse V, et est entraînée avec cette aube qui possède elle-même la vitesse v. L'eau conserve donc dans la palette la vitesse $V-v$, avec laquelle elle s'élèvera le long de cette palette. Après avoir dépensé cette vitesse en montant, elle s'arrêtera et se trouvera soumise, en descendant, aux mêmes forces qui, pour

chaque position lui restitueront la même vitesse qu'elle avait en montant, § 39. L'eau sortira donc de l'aube avec une vitesse relative tangente à sa courbure en son extrêmité, à peu près tangente aussi à la circonférence extérieure de la roue, et égale à la vitesse d'introduction $V-v$; mais comme, en vertu du mouvement de translation qui lui est commun avec l'aube, elle est en outre animée de la vitesse v en sens contraire de V, il s'ensuit que sa vitesse absolue de sortie sera

$$V-v-v=V-2v.$$

L'équation des forces vives, puisqu'il n'y a pas de choc, se réduira donc à

$$Pv=\frac{mV^2}{2}-\frac{m}{2}(V-2v)^2,$$

ou : le travail utile égale le travail total moins celui renfermé dans l'eau qui sort de la roue. Réduisant, il vient :

$$Pv=2mv\,(V-v)\ldots\ldots\ (1).$$

Cette valeur de Pv est la même que celle qui correspond aux roues à palettes planes, au coëfficient près. Elle nous fait voir que l'effet utile théorique de cette roue est double de celui des roues à palettes planes.

Le maximum d'effet s'obtiendra en faisant nulle la vitesse à la sortie ce qui donne

$$V-2v=o;\ \text{d'où}\ v=\frac{V}{2}.$$

Cette condition est la même que celle relative aux roues à aubes planes, et elle peut encore se trouver, en rendant le produit $2mv\,(V-v)$ un maximum. Substituant cette valeur de v dans (1), il vient :

$$Pv=\frac{mV^2}{2}=mgH\ldots\ldots\ (2),$$

c'est-à-dire que le travail utile est le plus grand possible, car il est égal au travail total développé par la pesanteur sur l'eau pendant sa descente.

§ 494. *Dimensions à donner aux couronnes. Des effets de la force centrifuge.* — Pour trouver la hauteur des couronnes, ou la différence des rayons extérieur et intérieur R et R' de la roue, on remarquera que le poids de l'eau mg, en montant dans l'aube, développe un travail $mg\ (R-R')$ qui est égal à la moitié de la force vive due à la vitesse de l'eau à l'origine de cette ascension ; cette vitesse est $V-v$, on aura donc

$$mg\,(R-R') = \frac{(V-v)^2}{2} \quad \text{d'où } R-R' = \frac{(V-v)^2}{2g}.$$

Telle est la hauteur des couronnes. Dans le cas du maximum d'effet,

$$v = \frac{V}{2}, \text{ et l'on a } R-R' = \frac{\left(V-\frac{V}{2}\right)^2}{2g} = \frac{V^2}{8g} = \frac{H}{4}.$$

Le quart de la chute, telle serait la hauteur à donner aux couronnes, pour que l'eau en montant ne puisse les dépasser.

Mais on n'a pas tenu compte ici de la force centrifuge acquise par l'eau dans la roue. En appelant V_1 la vitesse angulaire de la roue $m\,V_1^2\,R^2$ sera la force vive communiquée à l'eau par la force centrifuge, à la circonférence extérieure, et $m\,V_1^2\,R'^2$ celle imprimée à la circonférence intérieure. $m\,V_1^2\,(R^2-R'^2)$ sera donc la force vive développée par la force centrifuge sur la petite masse m pendant sa montée dans l'aube. Le travail qu'elle renferme se joint à la pesanteur pour détruire la vitesse $V-v$ de l'eau à l'entrée dans l'aube. On aura donc pour l'équation des forces vives dans ce cas,

$$\frac{m(V-v)^2}{2} = \frac{m\,V_1^2\,(R^2-R'^2)}{2} + mg\,(R-R').$$

Réduisant, et considérant R' comme l'inconnue, on trouvera

$$R' = \frac{-g+\sqrt{(g+V_1 R)^2-(V-v)^2 V_1^2}}{V_1^2}.$$

D'où l'on conclura $R-R'$, ou la hauteur des couronnes. Cette hauteur devrait donc être moindre que le quart de la chute dans le cas du maximum d'effet, mais, en réalité, la veine d'eau n'est pas réduite à un filet, comme nous venons de le supposer, et les premières parties introduites sur une aube étant poussées par celles qui sont en arrière, l'eau s'élève un peu plus haut que ne l'indiquent les considérations précédentes. Pour des chutes de 0^m,60 à 0^m,80, on prendra la hauteur des couronnes égale à $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$ de la chute, et pour des chutes plus grandes, on la fera égale à $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$.

§ 495. *Résultats d'expériences et formules pratiques pour les roues à aubes courbes.* — Des observations faites sur un modèle et répétées sur des roues construites en grand, ont montré que la vitesse correspondante au maximum d'effet était moyennement $v=0,55\,V$, c'est-à-dire que la vitesse de la roue doit se maintenir au-delà de la moitié de celle de l'eau, tandis que pour les roues à palettes planes elle doit se tenir au-dessous de cette moitié. Il n'y a pas même d'inconvénient à la porter à 0,60 V.

Pour les chutes de 2^m ou au-dessus avec des ouvertures de vanne de 0^m,08 à 0^m,12, le coëfficient pratique de la formule théorique paraît être 0,65. L'équation (1), § 493, devient donc

$$Pv=2.\,0,65mv\,(V-v),\ \text{ou}\ Pv=1,30.\frac{1000.\,E}{g}.v(V-v),$$

ou

$$Pv=132,5.\,Ev\,(V-v)\ldots.(3)$$

et pour le maximum d'effet :

$$Pv=0,65.\,1000\,EH=650\,EH\ldots\ldots(4).$$

Pour les chutes de 1^m,50 et au-dessous, avec des orifices de 0^m,20 à 0^m,30 d'ouverture, l'effet utile pratique est les 0,75 de l'effet théorique. Les formules deviennent dans ce cas :

$$Pv = 2.0{,}75\,\frac{1000\,E}{g}\,.\,v\,(V-v) = 153\;E v\,(V-v)\ldots\ldots(5)$$

$$\text{et } Pv = 750\,E H\ldots\ldots(6).$$

Lorsque le vannage est vertical, et que les aubes ne sont pas en très bon état, il faut alors adopter le coëfficient 0,50, ce qui ramène ces formules à la forme

$$Pv = 102\,E v\,(V-v) \text{ et } Pv = 500\,E H.$$

Comme on le voit, les roues à aubes courbes transmettent des $\frac{2}{3}$ aux $\frac{3}{4}$ de la quantité de travail absolu du moteur, c'est-à-dire plus du double de ce qu'on obtient des meilleures roues à palettes planes, tout en conservant l'avantage de marcher à de grandes vitesses, sans s'écarter de leur maximum d'effet. Ces résultats ont été vérifiés sur un grand nombre de roues, et l'on a souvent obtenu un effet utile et net, c'est-à-dire abstraction faite de toutes pertes occasionnées par la résistance des tourillons, de l'air, etc., qui s'est élevé aux 0,60 de l'effet maximum et absolu qui se rapporte à la chute totale mesurée depuis le niveau du réservoir jusqu'au ressaut sous la roue.

§ 496. *Des roues à augets mues par dessus. Description succincte.* — On appelle *roue à augets* une roue qui reçoit l'eau à sa partie supérieure dans des capacités disposées à sa circonférence et qu'on appelle *augets*, (*fig.* 265). A son entrée dans la roue, le fluide en prend la vitesse, et descend en agissant par son propre poids sur les augets qui le contiennent, jusqu'à une certaine hauteur, où son niveau atteint le bord de l'auget. A partir de cette position l'eau commence à sortir, et le versement continue jusqu'au bas de la roue. Dans les grandes roues qui marchent lentement, la vitesse avec laquelle le liquide sort des augets est sensiblement celle de la roue, et d'ailleurs le versement commence très bas; c'est pourquoi, dans la théorie ordinaire de ces roues, on admet que l'eau ne les quitte qu'après être descendue de

toute la hauteur du point d'introduction au-dessus du bief inférieur ou du bas de la roue.

§ 497. *Théorie des roues à augets à petite vitesse recevant l'eau au sommet.* — Soit H la hauteur totale de la chute, h la hauteur du niveau dans le réservoir au-dessus du point d'arrivée dans les augets. Soit V la vitesse de l'eau en entrant, due à la hauteur h, et v la vitesse de la roue. Soit toujours m la masse de l'eau admise dans les augets ou fournie par la chute en 1''. La prise d'eau est ordinairement disposée de manière que la vitesse d'arrivée V soit dirigée dans le sens de la tangente à la circonférence milieu des augets, ou de la vitesse v. En admettant qu'il en soit ainsi, il est clair que la vitesse perdue par l'eau à son entrée sera $V-v$. Puis, après avoir effectué le travail utile Pv, elle s'échappe de la roue avec une vitesse v. D'après cela on pourra écrire

$$Pv = mgH - \frac{m}{2}(V-v)^2 - \frac{m}{2}v^2; \text{ou}$$

$$Pv = mgH - \frac{m}{2}\left\{(V-v)^2 + v^2\right\} \ldots.. (1).$$

Si l'on réduit dans cette dernière expression, il vient :

$$Pv = mgH - \frac{mV^2}{2} + mVv - mv^2;$$

ou bien

$$Pv = mg(H-h) + mv(V-v) \ldots. (2) (*)$$

(*) Nous avons supposé, dans ce calcul, que la vitesse d'arrivée V de l'eau sur la roue était dirigée dans le sens de la tangente à la circonférence milieu des augets; mais, en réalité, le plus souvent cette vitesse fait un angle avec la tangente, et l'on devrait alors la décomposer en deux autres, l'une agissant dans la direction de la tangente, et l'autre dans celle du rayon. La première composante aurait pour valeur $V \cos. a$, et cette valeur serait celle qu'il faudrait donner à V dans le calcul. En agissant ainsi, on parviendrait à des formules qui donnent des résultats différents; mais cette différence s'élevant seulement à quelques kilogrammètres, comme on pourrait s'en assurer en faisant des applications, j'ai jugé inutile de compliquer les calculs en y introduisant le cosinus de l'angle de la veine d'eau avec la tangente à la roue.

le premier terme du deuxième membre de cette équation est le travail dû à la descente de l'eau dans la roue de la hauteur $H-h$, et le deuxième terme est l'effet utile dû au choc de l'eau, car ce terme a la même forme que le résultat obtenu § 487, pour les roues à palettes ordinaires.

§ 498. *Maximum absolu; maximum relatif.* — Si l'on reprend l'équation (1) du paragraphe précédent, et qu'on cherche les conditions du maximum absolu d'effet utile, on remarquera que le terme mgH étant constant, il faudra rendre nul le terme soustractif

$$\frac{m}{2}\left\{(V-v)^2+v^2\right\}$$

pour obtenir le maximum absolu. Mais on ne peut rendre nulle la quantité $(V-v)^2+v^2$ qu'en faisant séparément $V-v=o$ et $v=o$, ce qui donne

$$V=v \text{ et } v=o.$$

Ce résultat indique qu'il n'est pas possible d'obtenir le maximum absolu d'effet utile, puisque la roue ne peut être sans vitesse, ainsi que l'eau, mais qu'on en approchera d'autant plus que la vitesse de la roue v sera plus faible ainsi que la vitesse de l'eau V.

Le maximum absolu ne pouvant être obtenu, il faut chercher les conditions du maximum relatif. Mais il se présente deux cas distincts à examiner.

Si le pertuis est établi, ainsi que la roue, la vitesse d'arrivée V est donnée, on ne pourra donc faire varier que la vitesse de la roue v. Cherchons donc à rendre la quantité $(V-v)^2+v^2$ de l'équation (1) la plus petite possible, en supposant V constant. Soit.

$$AB=V, \text{ (fig. 266)}; AH=v.$$

On aura

$$HB=DH=V-v, \text{ et } \overline{AD}^2=(V-v)^2+v^2.$$

La ligne AD, étant oblique sur EB puisque AE lui est per-

pendiculaire, aura atteint son minimum lorsqu'elle se confondra avec AE, c'est-à-dire lorsqu'on aura

$$v = AC = \frac{V}{2}.$$

La vitesse de la roue doit donc être égale à la moitié de celle de l'eau, comme pour les roues à aubes planes ou courbes, où V était aussi donné par la nature de la question. L'équation (1) devient alors

$$Pv = mgH - \frac{mV^2}{4} = mgH - \frac{mgh}{2} = mg\left(H - \frac{h}{2}\right).$$

On voit aussi par ce dernier résultat qu'il est important de donner à h la plus petite valeur possible, ce qui rend nécessairement la vitesse d'arrivée due à cette hauteur la plus petite possible.

Lorsqu'au contraire on a, par des considérations particulières relatives à la vitesse nécessaire pour le service de l'usine, fixé à priori la valeur de v, il s'agit de déterminer V de manière à rendre la quantité $(V-v)^2+v^2$ un minimum. Ici, il est visible, puisque v est constant, que le minimum sera atteint, lorsque le terme $(V-v)^2$ sera nul, c'est-à-dire quand on aura $V=v$. On peut encore arriver à ce résultat par des considérations géométriques, (*fig.* 267). Soit un cercle d'un rayon $AC=v$. Soit $AE=V$; on aura

$$CE = V - v;$$

et si l'on joint DE, on aura

$$\overline{ED}^2 = (V-v)^2 + v^2.$$

La plus courte des hypothénuses DE sera donc le minimum cherché, et il est visible que c'est la perpendiculaire DC pour laquelle on a $V=v$, comme précédemment. Le travail utile devient, dans cette nouvelle hypothèse,

$$Pv = mgH - \frac{m}{2}v^2.$$

Ainsi dans ce cas la perte d'effet utile n'est produite que par la vitesse que l'eau conserve en sortant de la roue, et l'on voit, comme précédemment, qu'il y a avantage à faire v aussi petit que le permettent le service de l'usine et l'uniformité du mouvement.

§ 499. *Résultats d'expérience et formules pratiques relatives aux grandes roues bien réglées.* — Les grandes roues à augets qui sont construites de nos jours réalisent à peu près les hypothèses sur lesquelles se fonde la théorie précédente; elles admettent facilement l'eau dépensée par le pertuis, et celle-ci y perd réellement la force vive $m\,(V-v)^2$; le mouvement étant de plus assez lent, la vitesse avec laquelle l'eau quitte la roue est aussi celle même de cette roue, de sorte que le terme $mv\,(V-v)$ de l'équation (2), § 497, représente exactement les effets dûs à la vitesse d'introduction et de sortie du liquide. La seule différence notable ne peut provenir que du versement de l'eau qui se fait au-dessus du bas de la roue, d'où résulte que la hauteur parcourue par le liquide n'est pas tout-à-fait égale à $H-h$. On conçoit que le versement commencera d'autant plus tôt que le volume d'eau introduit dans les augets sera plus grand par rapport à leur capacité, et que le rayon de la roue sera plus petit. C'est pourquoi on a soin, dans les bonnes constructions, de ne verser dans les augets que la moitié, au plus, de l'eau qu'ils pourraient contenir, et d'augmenter le rayon de la roue en y faisant arriver l'eau au-dessous du sommet.

Dans ces circonstances, des expériences faites en 1828 sur une grande roue à augets en fer, de 10^{m} environ de diamètre, ont montré que le terme $mg\,(H-h)$ de la formule devait être affecté du coëfficient de correction 0, 85 à 0, 90 et qu'alors la formule pratique

$$Pv = 0{,}85\,mg\,(H-h) + m\,(V-v)\,v$$

représentait bien les résultats de l'expérience.

Dans cette roue, la hauteur du niveau du réservoir au-

dessus de l'auget qui recevait l'eau n'était guère que de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{12}$ de la chute totale, de sorte que le terme

$$m(V-v)v$$

avait très-peu d'influence sur les résultats.

Des expériences nombreuses ont été faites depuis cette époque sur plusieurs roues dont le diamètre variait de 3^m à 9^m, et, la charge d'eau étant égale à $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{6}$ de la chute totale, le coëfficient a paru devoir prendre la valeur 0,78 ou 0,80. En adoptant le coëfficient 0,78, la formule pratique appliquée aux roues à augets prend la forme

$$Pv = 0{,}78mg\,(H-h) + m(V-v)v.$$

Et en mettant pour m sa valeur et réduisant :

$$Pv = 780E\,(H-h) + 102E\,(V-v)v\ldots.(3),$$

en admettant toujours que la roue marche lentement, que les augets ne sont qu'à moitié remplis, et reçoivent l'eau vers le sommet de la roue.

Dans la pratique, pour qu'une roue à eau marche régulièrement, il faut que sa circonférence ait une certaine vitesse d'autant plus grande que la masse de la roue est plus petite. L'expérience a appris qu'on pouvait fixer cette vitesse à 1 mètre par seconde environ. Elle pourrait, pour une grande roue de 10^m de diamètre, être réduite à $0^m,6$ sans inconvénient.

La valeur de v étant connue, dans le cas où

$$v = \frac{V}{2} \text{ on a } V = 2v,$$

et la hauteur h due à cette vitesse V est déterminée et égale à $\frac{V^2}{2g}$. Dans le cas ou

$$v = 1^m,\ V = 2^m \text{ et } h = 0^m,2 \text{ environ.}$$

Ainsi le niveau du bief supérieur ne doit être élevé que d'une petite quantité au-dessus du sommet de la roue.

§ 500. *Cas où l'eau serait admise dans la roue beaucoup au-dessous du sommet.* — Lorsque le point d'admission de l'eau sur la roue se trouve situé beaucoup au-dessous du sommet de celle-ci, il n'existe aucune expérience qui mette en état d'apprécier la valeur que doit prendre alors le coëfficient de la formule. On pourra admettre, en attendant qu'il en ait été faite de spéciales, que le coëfficient du terme $mg(H-h)$ est d'autant plus réduit par le versement de l'eau que la hauteur du point d'entrée sur la roue est plus abaissé, et que notamment, quand ce point est situé à la hauteur de l'axe de la roue, le coëfficient se trouve réduit à 0,6 au moins. En effet, si nous représentons par n la fraction du diamètre D de la roue qui représente la portion de la chute perdue par ce versement, celle qui est utilisée par le poids de l'eau se trouvera généralement exprimée par la quantité $H-h-nD$. Or, nous savons que lorsque $H-h=D$, le travail effectif de la chute est de 0,8 de cette chute. Ainsi

$$H-h-nD=0{,}8\,(H-h).\ \text{D'où}\ n=0{,}2.$$

Si donc $H-h$ est égal à la moitié de D, c'est-à-dire si l'eau arrive à la hauteur du centre de la roue, on a

$$H-h=\frac{1}{2}D,$$

et par conséquent la chute utile

$$H-h-nD=H-h-0{,}2D=H-h-0{,}2.2(H-h)=0{,}6(H-h).$$

On n'utilise donc, comme nous l'avons dit, que les 0,6 de la chute; le coëfficient est donc 0,6.

§ 501. *Détermination de la forme et de la grandeur des augets.* — Il est important de donner au profil des augets une forme telle que l'eau y soit retenue le plus longtemps possible. On y parviendra en adoptant le tracé suivant, (*fig.* 268): AB étant l'épaisseur des jantes de la roue entre lesquelles

les augets sont pratiqués, et AA' l'intervalle de deux augets mesuré sur la circonférence intérieure, on prend

$$AA'=\frac{6}{5}AB;\ AD=\frac{1}{2}AB;\ GE=\frac{5}{6}HG;\ \text{angle } FAB=54^{\circ}.$$

De cette manière, le fond AD se trouve à peu-près dans la direction du bord de l'auget suivant. Dans beaucoup de roues, on se contente de faire l'auget de deux parties IK et KO, et le point I se trouve dans le prolongement du fond de l'auget suivant. Quelquefois IK est perpendiculaire à KO. Dans les grandes roues en fer, on donne une légère courbure aux augets en K comme $I'K'O'$, pour arrondir l'angle K et ne pas rompre en la ployant la tôle dont on les fait. Il est très utile de placer dans les augets un ou plusieurs diaphragmes tels que DM, surtout quand on fait les roues en fer : elles en sont plus solides, en même temps que l'eau est conservée plus longtemps dans les augets. Il est utile aussi de pratiquer dans leur fond AD une ou plusieurs petites ouvertures garnies de soupapes, pour empêcher que les augets montants ne soulèvent, par l'effet de la pression atmosphérique, l'eau du bief inférieur dans laquelle ils viennent de plonger, circonstance qui nuit quelquefois très sensiblement au jeu de la machine.

Les pertes principales des roues à augets étant dues au versement de l'eau, on en diminuera l'effet en donnant aux augets une capacité triple ou au moins double du volume d'eau qu'ils doivent recevoir. Pour déterminer la capacité des augets, nous remarquerons que, dans la pratique, on donne à l'écartement des augets mesurés sur la circonférence extérieure une valeur comprise entre $0^{m},30$ et $0^{m},40$. La circonférence extérieure de la roue fera donc connaître le nombre n des augets. On aura

$$n, AA'=2\pi r',$$

en désignant par r' le rayon de la circonférence intérieure. D'un autre côté, nous avons vu qu'on faisait

$$AA' = \frac{6}{5} AB = \frac{6}{5}(r - r').$$

Substituant dans l'équation précédente, il vient

$$\frac{6}{5}(r - r')n = 2\pi r'. \text{ D'où } r' = \frac{3nr}{5\pi + 3n}.$$

Le rayon de la circonférence intérieure étant connu, la section de l'auget est déterminée; il ne reste plus qu'à calculer sa largeur de telle sorte que le volume d'eau introduit ne soit que la moitié du sien. Or la vitesse V de la roue fait connaître le nombre N de tours qu'elle fait en une minute. n étant le nombre des augets et q le volume de l'un d'eux censé plein, le volume des augets qui passeront dans un tour sera nq. Dans une minute, il sera Nnq, et dans une seconde $\frac{Nnq}{60}$. Il faudra que la dépense de l'orifice en soit au plus la moitié, c'est-à-dire $\frac{Nnq}{120}$. On aura donc

$$E = \frac{Nnq}{120}. \text{ D'où } q = \frac{120E}{Nn}.$$

Divisant ce volume par le profil des augets, on aura leur largeur.

Dans le cas où l'auget aurait la forme IKO, on donne alors aux couronnes une largeur dans le sens du rayon, sensiblement égale à l'écartement des augets à la circonférence extérieure. Le rayon de la circonférence intérieure se trouve donc déterminé, et le tracé de la roue donnera l'étendue du profil de l'auget, à l'échelle que l'on aura choisie, et la largeur de la roue s'en déduira comme précédemment.

Si une roue est établie, on peut connaître aisément la quantité d'eau qui est admise dans chaque auget, soit q ce volume. Si v est la vitesse de la roue et e l'écartement de deux augets mesuré sur la circonférence extérieure, en divisant v par e, on aura le nombre d'augets qui passent par

seconde devant l'orifice. Ce nombre multiplié par q donne la dépense. On a donc

$$E=\frac{v}{e}.\,q;\ \text{d'où}\ q=\frac{e}{v}.\,E.$$

Tel est le volume de l'eau que chaque auget reçoit. Si l'on veut exprimer cette formule comme la précédente en fonction du nombre des augets et du nombre de tours de la roue, on trouvera que

$$e=\frac{2\pi r}{n}\ \text{et que}\ v=\frac{2\pi rN}{60}.\ \text{D'où}$$

$$q=\frac{2\pi r}{n}.\frac{60}{2\pi rN}.\,E.$$

Réduisant, il vient

$$q=\frac{60\,E}{Nn}.$$

C'est la valeur de q trouvée précédemment, divisée par 2. Lorsqu'on aura déterminé ce volume sur la roue établie, on calculera le volume de l'auget, et on divisera ces deux volumes l'un par l'autre pour avoir la fraction de l'auget qui est remplie.

Applications : 1° Quel est le travail effectué par une roue à augets dans les circonstances suivantes : Le volume de l'eau dépensé

$$E=0^{mc},978;\ H-h=4^{m},2;\ V=2^{m},3;\ v=1^{m},5.$$

La formule (3) du § 499 nous donne

$$Pv=780.0,978.4,2+102.0,978(2,3-1,5)1,5=3323^{km}=44$$

chevaux-vapeur environ.

2° Quel doit être au moins le volume des augets dans une roue qui fait 4 tours par minute, dont le nombre des augets est 30, la dépense de l'eau étant égale à $0^{mc},896$. On a

$$N=4;\ n=30;\ E=0^{mc},896.\ \text{Donc}$$

$$q=\frac{120.\,E}{Nn}=\frac{120.0.896}{4.\,30}=0^{mc},896.$$

3° Dans une roue établie quel est le volume d'eau que reçoit chaque auget, la dépense étant de $1^{mc},325$, la vitesse à la circonférence extérieure $1^{m},6$, l'écartement des augets $0^{m},32$. On a

$$q = \frac{e}{v} E = \frac{0,32}{1,6} \cdot 1^{m},325 = 0^{mc},265.$$

4° Dans la roue précédente, le nombre de tours par minute $= 10$; le nombre des augets $= 30$. On trouve

$$q = \frac{60.\,E}{Nn} = \frac{60.\,1^{mc},325}{10.30} = 0^{mc},265.$$

comme précédemment.

§ 502. *Roues de côté à palettes emboîtées dans un coursier circulaire.* — Nous avons vu, § 500, qu'il était désavantageux d'employer les roues à augets lorsqu'elles devaient prendre l'eau de côté, c'est-à-dire lorsque la roue était plus grande que la chute, et nous avons vu que l'effet était d'autant plus réduit que le point d'admission de l'eau était plus bas. Lorsque les chutes sont petites, qu'on peut disposer d'une grande quantité d'eau, et que l'on n'a pas besoin d'une grande vitesse, on emploie la roue à augets en la renfermant dans un coursier circulaire et concentrique à la roue, et laissant le moins de jeu possible entre la roue et le fond de ce coursier, (*fig.* 269), ou bien encore *la roue de côté*, (*fig.* 270), dont les aubes sont également emboîtées dans un coursier circulaire et entre ces parois verticales, et qui reçoivent l'eau, soit par une vanne ordinaire, soit par un déversoir. On ne laisse ordinairement entre le fond du coursier et ses parois qu'un jeu très petit, qu'on doit tâcher de réduire à $0^{m},01$ ou $0^{m},02$ au plus, pour éviter la fuite de l'eau; dans le même but, on ferme l'intervalle entre deux aubes vers la circonférence intérieure, mais on laisse cependant entre ce fond et l'aube précédente un jour de $0^{m},04$ à $0^{m},08$, pour que l'air contenu entre deux aubes consécutives puisse s'échapper, à mesure que l'eau y pénètre.

D'après ces dispositions, on voit qu'à son entrée dans l'une ou l'autre roue, l'eau choque les aubes ou augets, qu'elle descend ensuite vers le bief inférieur, et qu'elle en sort par le bas à très peu près avec la vitesse de la roue. On doit d'ailleurs ici, comme dans les roues à aubes courbes, pratiquer sous la roue un ressaut et un élargissement brusque du coursier, pour le dégagement des eaux. Cette disposition a sur les roues à augets l'avantage de remédier en grande partie au versement de l'eau qui se fait vers le bas de la roue, mais elle a un défaut particulier, qui consiste en ce que la partie inférieure de l'arc de la roue contenu dans le coursier, y étant plongée dans l'eau, perd un poids égal à celui du volume d'eau dont elle tient la place, poids dont l'action est à retrancher de l'effet dont la roue est capable. Cet inconvénient ne serait pas très important pour des roues construites en fer, mais il l'est beaucoup pour des roues faites en bois.

La disposition de la figure (269) offre d'ailleurs la facilité de donner l'eau à la roue dans un point quelconque de sa hauteur, sans que cette roue soit sensiblement moins avantageuse que dans le cas où elle recevrait l'eau sur son sommet, en sorte qu'on peut l'adopter même quand la hauteur de la chute est plus petite que le diamètre de la roue.

§ 503. *Théorie des roues de côté renfermées dans un coursier.* — La théorie des roues à augets peut s'appliquer à ces deux dernières espèces de roues. Il faut remarquer seulement pour les roues de côté, qu'outre la nécessité de leur donner une vitesse telle qu'elles possèdent une quantité de mouvement suffisante pour que leur mouvement soit régulier, il y a encore une raison de les faire marcher plus vite, qui est de diminuer l'effet des pertes d'eau résultant du jeu qu'il faut laisser entre la roue et le coursier. On fait par conséquent prendre aux roues de côté une vitesse plus considérable qu'aux roues en dessus, et qui peut aller jusqu'à 2^m par seconde.

Soit donc toujours V la vitesee d'arrivée de l'eau, et v

celle de la roue. Si ces deux vitesses sont dirigées dans le même sens, la vitesse détruite par le choc est $V-v$, et la perte de force vive, $m(V-v)^2$; la vitesse de sortie étant v, la perte de force vive à la sortie sera mv^2. On aura donc, comme pour les roues à augets :

$$Pv=mgH-\frac{m}{2}(V-v)^2-\frac{m}{2}v^2,$$

et en réduisant

$$Pv=mg(H-h)+m(V-v)v.... (1).$$

ou, sans réduire,

$$Pv=mgH-\frac{m}{2}\left\{(V-v)^2+v^2\right\}.$$

Ces équations sont identiquement les mêmes que celles obtenues pour les roues à augets, et l'on trouve encore que pour obtenir le maximum absolu d'effet, il faudrait faire

$$V=v \text{ et } v=o,$$

c'est-à-dire qu'il n'en peut exister.

§ 504. *Maximum d'effet relatif.* — Nous ferons ici sur les conditions du maximum relatif les mêmes remarques qu'au § 498. Si la vitesse v de la roue est obligée, et qu'il n'y ait que la vitesse d'arrivée V de l'eau sur la roue qu'on puisse modifier en faisant varier la position de l'orifice, la même figure ferait voir que l'on doit avoir $V=v$. La perte de travail est réduite dans ce cas à

$$\frac{mV^2}{2} \text{ ou } \frac{mv^2}{2}$$

ou enfin au travail dû à la vitesse de l'eau à la sortie, ce qui constitue aussi un travail dû à la charge du fluide sur l'orifice. Si au contraire la vitesse de la roue n'était pas encore

fixée, et que la position de l'orifice ou V le fût, il faudrait rendre la quantité

$$\frac{m}{2}\left\{(V-v)^2+v^2\right\}$$

la plus petite possible en faisant

$$v=\frac{V}{2}.$$

§ 505. *Résultats d'expérience relativement à la vitesse.* — L'expérience montre que pour des roues bien centrées construites en fer, par conséquent peu sujettes à varier de densité dans leurs différentes parties, et dont le moment d'inertie est considérable, on ne peut guères donner à v une valeur au-dessous de $v=0^m,60$ ou $v=0^m,80$ par seconde, et que les roues ordinaires en bois qui, par la porosité de la matière, peuvent cesser d'être centrées, on ne peut pas faire v plus petit que $v=1^m$ à $1^m,50$ par seconde. v étant connu, on en déduit V et par suite la hauteur h génératrice de la vitesse V. Dans le cas où $v=V=1^m$, on trouve $h=0^m,05$ environ; ce qui montre que la charge d'eau doit toujours être très faible; aussi emploie-t-on alors des vannes descendantes ou en déversoir qui s'abaissent pour laisser passer l'eau.

On ne peut pas toujours se renfermer dans la limite ci-dessus, sans être exposé par suite à donner des dimensions exagérées aux roues dans le sens de leur axe, mais on limite cependant la plus forte épaisseur d'eau sur la vanne à $0^m,20$, et quand on a une masse d'eau considérable à dépenser, ou un moteur puissant à établir, on augmente en conséquence la longueur de la roue parallèlement à l'axe. On voit souvent de ces roues de côté qui ont 6 à 7 mètres de longueur horizontale.

§ 506. *Résultats d'expérience et formules pratiques pour les roues de côté.* — Il résulte des expériences faites tout récemment par M. Morin, que lorsque ces roues reçoivent l'eau

par des orifices avec charge sur le sommet, le rapport de l'effet utile pratique à l'effet théorique est 0,755, et 0,799 quand l'orifice est en déversoir. Tels sont donc les coëfficients qu'il faut donner à la formule (1) du § 503. Il vient alors, pour les roues qui reçoivent l'eau avec charge sur le sommet,

$$Pv = 755\,E\left\{H - h + \frac{(V-v)\,v}{g}\right\}^{\mathrm{km}} \dots (2)$$

et pour les roues recevant l'eau par une vanne en déversoir

$$Pv = 799\,E\left\{H - h + \frac{(V-v)\,v}{g}\right\}^{\mathrm{km}} \dots (3).$$

Application : Quel est l'effet utile d'une roue à aubes planes emboîtées dans laquelle la dépense $E = 0^{\mathrm{mc}},560$, la vitesse de l'eau $V = 1^{\mathrm{m}},12$ et celle de la roue $v = 1^{\mathrm{m}},05$. On a aussi $h = 0^{\mathrm{m}},124$ et $H = 2^{\mathrm{m}},5$; l'orifice est en déversoir.

La formule (3) donne

$$Pv = 799 . 0,560\left\{2,5 - 0,124 + \frac{(1,12 - 1,05)\,1,05}{9,81}\right\}^{\mathrm{km}} = 1065^{\mathrm{km}}$$

le travail total de la chute $= 560 . 2,5 = 1400$
le rapport de l'effet utile à ce travail $= 0,76$.

§ 507. *Cas où l'on voudrait tenir compte de la perte de poids de la roue dans l'eau. Capacité des augets.* — Si l'on nomme s la longueur de l'arc de la roue qui est immergé, z la hauteur verticale de cet arc, et p le poids du volume d'eau qu'il déplace, l'effort nécessaire pour faire équilibre à ce poids, supposé appliqué à la circonférence de la roue, sera donné en remarquant que le travail de cet effort e sera es ; et que le travail du poids p sera pz ; d'où $es = pz$, et $e = p.\frac{z}{s}$. Pendant une seconde le travail de cet effort sera $p.\frac{z}{s}v$. Cette quantité devra être retranchée du second membre des formules précédentes.

La capacité des augets se déterminera comme au § 501.

§. 508. *Des turbines. Description.* — On appelle *turbine* une roue dont l'axe de rotation est vertical, qui reçoit l'eau par sa circonférence intérieure, et la laisse échapper par sa circonférence extérieure. La turbine *d* de M. Fourneyron, (*fig.* 271), se compose de deux parties, l'une fixe, destinée à recevoir l'eau de la source pour la transmettre à la roue, et l'autre mobile qui est la roue proprement dite. Cette dernière est composée d'un fond en partie sphérique *D* percé à son milieu d'un trou pour laisser passer l'arbre. Ce fond fait corps avec un rebord ou disque circulaire *d' d'*, dont le pourtour divisé en parties égales porte à ses points de division les aubes courbes *d'' d''*... destinées à recevoir l'action de l'eau. Ces aubes sont des surfaces cylindriques dont l'axe est vertical et par conséquent perpendiculaire à la couronne *d' d'* qui est horizontale. Elles sont recouvertes d'un disque supérieur qui a pour largeur celle du disque inférieur auquel il n'est fixé que par les aubes courbes. Le milieu de ce disque est un espace circulaire entièrement vide, permettant au fond *F*, ou plateau circulaire qui est fixe, d'entrer dans la roue jusqu'un peu au-dessus de son disque inférieur, sans le toucher d'aucun côté.

Sur le fond circulaire et horizontal *F* est placé pour faire corps avec lui, un noyau *F'*, lequel s'assemble sur un long tuyau *g*, de manière à ne former qu'une seule pièce avec lui.

Le tuyau *g* ainsi fixé au fond, s'élève verticalement et se trouve serré à sa partie supérieure sur un plateau *GG*, à l'aide de boulons qui l'empêchent de tourner ainsi que le fond *F* qu'il supporte.

Sur le fond *F* sont placés à égale distance, et solidement attachés à sa surface et contre le noyau *F'*, des diaphragmes courbes et verticaux *F'' F''*...., destinés à conduire l'eau dans les compartiments de la roue. Ces *courbes fixes* sont disposées en sens inverse des aubes de la roue ou *courbes mobiles*. Les diaphragmes ou courbes conductrices s'élèvent

jusqu'en F'' au-dessus du disque supérieur de la roue et au-dessous du rétrécissement R de la huche A. Dans le tuyau porte-fond g se meut librement l'arbre e de la roue, et la communication est ainsi établie entre le réservoir A, les compartiments du fond F et l'espace compris entre les deux disques de la roue.

La communication entre le réservoir et le fond F s'établit par une espèce de petit cylindre ou bec vertical, lequel entre dans la roue jusqu'à quelques millimètres au-dessous de la surface inférieure du disque supérieur, mais qu'on peut élever ou abaisser comme une vanne, afin de donner plus ou moins d'eau à la roue. La communication des courbes fixes avec l'intérieur de la roue, sur toute la hauteur des courbes mobiles, ou sur une partie de cette hauteur, a lieu par des orifices latéraux formés par les diaphragmes, le fond F et le dessous du petit cylindre ou bec b. Le levier mn est destiné à élever la roue, lorsque. par l'user des pivots, la couronne inférieure dd' se place au-dessous du fond F.

Examinons maintenant la marche de l'eau et la manière dont elle exerce son action sur la roue. Les deux fausses vannes aa étant levées entièrement, l'eau du canal B se précipitera dans le réservoir A, d'où elle ne peut s'échapper que par des orifices latéraux en communication avec l'intérieur de la roue; mais ces orifices, étant très-petits par rapport aux ouvertures des vannes aa, ne peuvent débiter toute l'eau fournie par ces vannes. Il s'ensuit que le niveau s'élève dans la huche à la même hauteur que dans le canal B. L'eau pressée par toute la hauteur de la charge H, s'échappe latéralement; mais toutes les molécules affluant vers les orifices, ne pouvant se mouvoir en ligne droite, à cause de l'obstacle qu'elles rencontrent sur les courbes fixes, suivent ces courbes jusqu'à leur extrémité, et de là elles s'introduisent dans la roue sous une direction que nous déterminerons, et avec une vitesse

$$V = \sqrt{2gH}.$$

L'eau pressant, en vertu de cette vitesse, les courbes mobiles sur lesquelles elle glisse avant de s'échapper par le pourtour extérieur de la roue, les oblige ainsi à céder à son action et fait tourner la turbine.

On remarquera que le bec *b* a une épaisseur considérable pour éviter la contraction de la veine fluide et obliger l'eau à sortir horizontalement et à parcourir, pressée seulement par derrière, un certain espace pendant lequel elle prend la direction voulue. Si la paroi supérieure des orifices était trop mince, cet effet n'aurait pas lieu, et l'eau n'entrérait point dans la roue sous l'angle dont la valeur est rigoureusement exigée par la théorie.

§ 509. *Théorie de la turbine Fourneyron. Condition du maximum d'effet.* — D'après la théorie générale des récepteurs hydrauliques, pour obtenir de ces roues le maximum d'effet, il faut faire entrer l'eau sans choc dans la roue, et l'en faire sortir sans vitesse. C'est ainsi que nous allons opérer en suivant la marche de l'auteur, la théorie savante qu'en a donnée M. Poncelet ne pouvant trouver place dans ce cours. Nous ferons remarquer seulement que nous ne tiendrons aucun compte de l'engorgement qui peut survenir dans les tuyaux d'évacuation de la roue, et de la réaction occasionnée par la présence de ces tuyaux, sur la masse liquide qui s'écoule incessamment par les orifices injecteurs du réservoir. Comme le fait remarquer ce savant, il résulte de cette double circonstance, que pour une ouverture de vanne déterminée, la dépense de fluide dépend forcément de la vitesse de rotation propre de la machine, et croît avec elle de manière à changer complétement l'appréciation des effets mécaniques.

Pour que l'eau, en sortant des diaphragmes, entre dans la roue sans choc, il faut que sa vitesse à l'entrée soit dirigée dans le sens de la tangente à la courbe mobile. Mais cette eau est animée de deux vitesses à l'entrée, l'une due à la hauteur de chute, dirigée suivant le dernier élément de la courbe fixe, et faisant avec le rayon un angle α que nous

déterminerons, l'autre qui lui est imprimée par la roue tangentiellement à sa circonférence. En admettant donc que le premier élément de la courbe mobile soit dirigé suivant la résultante de ces deux vitesses, nous désignerons la vitesse de la roue par v, dirigée suivant la ligne ap, (*fig.* 272). La vitesse V d'arrivée est dirigée suivant ah faisant avec ao l'angle $hao = a$. La résultante aq sera la tangente au premier élément de la courbe mobile. Il n'y aura donc pas de perte de force vive à l'entrée. Il suffit de déterminer la vitesse à la sortie. La vitesse V se décompose en deux autres rectangulaires, l'une dirigée suivant le rayon ao, et qui a pour valeur $V \cos. a$, et l'autre tangentiellement à la roue $= V \sin. a$. Lorsque l'eau entre dans la roue, la vitesse dans le sens du rayon n'éprouve aucune altération, mais la vitesse dans le sens de la tangente se combine avec celle de la roue, et l'eau prend réellement dans la roue une vitesse tangentielle égale à la différence de sa vitesse tangentielle en entrant, et de la vitesse de la roue, c'est-à-dire égale à $V \sin. a - v$ ou bien, en désignant par u la vitesse angulaire de la roue et par r et r' les rayons des circonférences intérieure et extérieure, $V \sin. a - ur$. La vitesse effective avec laquelle l'eau glissera le long des aubes s'obtiendra en réunissant de nouveau la vitesse dans le sens du rayon et la vitesse tangentielle, ce qui donnera pour cette résultante, en la désignant par x,

$$x = \sqrt{(V \sin. a - ur)^2 + V^2 \cos.^2 a.}$$

C'est donc avec cette vitesse que l'eau circule le long des aubes. Mais en passant de la circonférence intérieure à la circonférence extérieure de la roue, la force centrifuge développe dans cette eau une quantité de force vive égale à

$$m\,u^2\,(r'^2 - r^2).$$

Donc la force vive totale possédée par l'eau sera

$$m\,u^2\,(r'^2 - r^2) + m\,\{(V \sin. a - ur)^2 + V^2 \cos.^2 a\}$$

ou en réduisant

$$m\{V^2-\{2Vur\,sin.\,a+u^2r'^2\}$$

La vitesse relative de l'eau dans l'aube sera donc

$$\sqrt{V^2-2Vur\,sin.\,a+u^2r'^2},$$

et si le dernier élément de la courbure des aubes est dirigé suivant la tangente à la circonférence extérieure, cette vitesse sera opposée à celle de la roue, et la vitesse absolue de l'eau à la sortie sera égale à la différence de ces deux vitesses, c'est-à-dire à

$$y=\sqrt{V^2-2Vur\,sin.\,a+u^2r'^2}-ur'.$$

De cette vitesse on pourrait conclure le travail utile. Mais on peut en déduire immédiatement la condition du maximum d'effet, en l'égalant à zéro, ce qui donne

$$\sqrt{V^2-2Vur\,sin.\,a+u^2r'^2}-ur'=o.$$

D'où l'on tire

$$V^2=2Vur\,sin.\,a.$$

et à cause de $ur=v$,

$$V=2v\,sin.\,a.$$

Et enfin

$$sin.\,a=\frac{V}{2v}\text{ ou }v=\frac{V}{2\,sin.\,a}.$$

Le travail utile serait alors égal à

$$Pv=mgH,$$

c'est-à-dire à tout le travail renfermé dans la chute. La vitesse de la roue étant donnée et celle due à la chute de l'eau, la relation

$$sin.\,a=\frac{V}{2v}$$

donnera donc l'angle sous lequel l'eau devra sortir des compartiments fixes pour se diriger sur la roue.

§ 510. *Formule pratique.*— La roue étant établie d'après ces conditions, le travail produit par une turbine s'obtien-

dra donc en prenant le travail mgH de la chute et le multipliant par un coëfficient convenable fourni par l'expérience. On adopte pour coëfficient le nombre 0, 70. Nous aurons donc pour calculer le travail d'une turbine la formule

$$Pv = 0,70\,mgH.$$

Il reste à donner quelques instructions sur l'établissement de ces roues.

§ 511. *Détails sur la construction de la turbine.* — On prend le nombre 0,70 pour le rapport entre le diamètre intérieur et le diamètre extérieur des couronnes pour les petites roues, et l'on prend de 0,75 à 0,83 pour les grandes. L'auteur règle l'aire des orifices de sortie d'après la surface du fond des compartiments fixes, ou celle du cercle intérieur de la roue. Il emploie un nombre d'aubes courbes qui laisse entre elles un espace circulaire à peu près égal à la hauteur de ces aubes ; et il place pour deux ou trois aubes courbes au plus, selon leur écartement plus ou moins considérable, une courbe conductrice, de sorte que le nombre des compartiments distribuant l'eau dans la roue est moitié de celui des aubes courbes pour les roues qui n'en ont que dix-huit à vingt-quatre, et le tiers quand le nombre s'élève au-dessus. Pour largeur des orifices de sortie de l'eau, il prend la plus courte distance entre l'extrémité d'une courbe conductrice et la convexité de la courbe suivante ; le produit de cette distance par le nombre des aubes courbes, donne la largeur des orifices d'écoulement ; quand les courbes sont en tôle, cette largeur ne différant pas beaucoup du diamètre intérieur de la roue d, divisé par le rapport 0,70, ou multiplié par 1,4, peut donc être comptée comme égale à 1,4 d. La hauteur des orifices de sortie étant représentée par e, on a pour surface des orifices de sortie $O = 1,4\,de$. La surface du cercle intérieur de la roue est

$$\frac{\pi d^2}{4} = 0,785\,d^2.$$

Elle doit être au moins quatre fois aussi grande que celle des orifices de sortie.

Soit maintenant F la force à produire en kilogrammètres, H la hauteur de la chute, m le rapport de contraction de la veine fluide, n le rapport de l'effet utile à l'action dépensée, M le volume d'eau en mètres cubes à introduire dans la roue. On a

$$F = 1000\, M n H;\ \text{d'où}\ M = \frac{F}{1000\, H n}.$$

La vitesse de l'eau étant $V = \sqrt{2gH}$, la dépense $M = 1,4\, d e m V$. De plus la surface du cercle intérieur de la roue, égale à $0,785\, d^2$, devant être au moins quatre fois aussi grande que l'aire des orifices de sortie, on aura

$$0,785\, d^2 = 5,6\, d e;\ \text{d'où}\ e = 0,14\, d.$$

Pour déterminer le plus petit diamètre intérieur d à donner à la roue, on a

$$M = 1,4\, d e m V = 0,196\, d^2 m V:$$

d'où l'on tire

$$d = \sqrt{\frac{M}{0,196\, m V}}.$$

Ainsi se trouve déterminé le diamètre intérieur de la roue. Son diamètre extérieur, pour les roues au-dessous de 2^{m} de diamètre, devant être $\frac{100}{70}\, d$, et pour les roues plus grandes $\frac{100}{80}\, d$ ou $\frac{100}{83}\, d$, il sera facile de trouver sa valeur, que d'ailleurs on pourrait faire varier un peu entre les limites ci-dessus, si le cas l'exigeait.

La hauteur dont la vanne doit être levée au maximum étant $0,14\, d$ on a

$$e = 0,14 \sqrt{\frac{M}{0,196\, m V}}.$$

Il faut que la vitesse de la roue, celle de sa circonférence intérieure, soit au moins les 0, 58 de celle de l'eau. Sa valeur étant fixée, on fait $\sin. a = \frac{V}{2v}$. Les circonférences des cercles intérieur et extérieur étant décrites, on fait au point *a* l'angle *hao* = *a*, (*fig.* 272). Du centre *o* on mène la ligne *od* faisant avec *ao* un angle *doa*=*dao*. Par le point *e* où *od* coupe la circonférence représentant le noyau ou tube dont est surmonté le plateau à courbes fixes, on mène *eb* parallèle à *ao*; élevant en *b* une perpendiculaire *bc* sur *ah*, et abaissant au point *d* une perpendiculaire sur *a o*, le point *c* de rencontre des deux perpendiculaires sera le centre de la courbe du compartiment fixe qui se composera de la partie cylindrique *be* et de la partie plane *ba*.

Pour avoir le premier élément de la courbe de l'aube, on mènera la tangente *ap* au cercle intérieur. On portera sur *ah* et *ap* des longueurs proportionnelles à V et v. La diagonale *a q* du parallélogramme construit sur ces deux vitesses sera la direction du premier élément de la courbure de l'aube. Cette direction prolongée jusqu'à la circonférence extérieure en *G*, on élèvera sur *aG* une perpendiculaire *aL* prolongée indéfiniment, et coupant en *K* la circonférence extérieure de la roue.

Les $\frac{2}{5}$ de *GK* donnent la distance à mettre entre *G* et *I* extrémité de l'aube courbe.

Quant à la courbure, elle se détermine par le procédé suivant : Du point *K* comme centre, et avec un rayon *KI*, on décrit un arc de cercle *Ii*, on prolonge indéfiniment la droite *IK*. On divise ensuite la ligne *a i* exprimée en unités quelconques par $1 - \cos. MKL$, et le quotient de cette division exprime la longueur *KM* en unités de même espèce que celles qui ont servi à mesurer *a i*. Du point *M* abaissant sur *K L* la perpendiculaire *M L*, et menant, par divers points *m m*...... de cette ligne, une infinité de droites *mK*, *mK*,..... prolongées autant qu'il est nécessaire, et passant

toutes par le point fixe K, la longueur MI, successivement portée sur ces lignes, déterminera autant de points que l'on voudra de la courbure de l'aube.

En divisant la circonférence intérieure de la roue par la hauteur e, on a le nombre des aubes mobiles; si ce nombre est compris entre 18 et 24, sa moitié représente le nombre des compartiments fixes; s'il est supérieur à 24, on en prend le tiers pour le nombre des compartiments fixes.

§ 512. *Comparaison des diverses espèces de roues hydrauliques déjà étudiées.* — D'après ce qu'on a vu des diverses conditions que doivent remplir les roues hydrauliques pour produire le maximum d'effet, il est évident qu'il ne sera pas indifférent de prendre une roue d'une espèce quelconque pour un travail déterminé ou pour une chute donnée. Les roues à aubes planes mues par-dessous conviennent particulièrement aux petites chutes, avec forte dépense d'eau, et peuvent être établies à peu de frais. Leur avantage est de pouvoir prendre une grande vitesse, ce qui est même une condition nécessaire pour qu'elles puissent rendre le maximum d'effet. Leur inconvénient est de n'utiliser qu'une fraction très petite du travail renfermé dans la chute de l'eau.

Les roues de côté emboîtées dans des coursiers circulaires avec vanne en déversoir, rendent en effet utile, déduction faite du frottement de leurs tourillons, 0, 70 à 0,75 du travail absolu du moteur. Elles peuvent, sans que leur effet utile s'éloigne sensiblement du maximum d'effet, marcher à des vitesses très différentes, mais cette vitesse ne peut jamais être très considérable. Elles conviennent donc dans le cas où le mécanisme de l'usine n'exige pas une grande vitesse. Elles s'appliquent particulièrement aux chutes de $1^m,30$ à 3^m.

Leur rayon devant être au moins égal à la hauteur de chute, on voit que pour des chutes au-delà de 3^m, elles seraient très grandes, et par suite très lourdes.

Leurs inconvénients sont d'avoir parfois une très grande

largeur, que les localités ou les difficultés de la construction ne permettent pas de leur donner, et de ne pouvoir marcher quand elles sont noyées sensiblement au-dessus de la hauteur de leurs palettes.

Les roues à augets conviennent particulièrement aux grandes chutes de 3^m à 8^m avec faible dépense d'eau. Elles ont les mêmes avantages que les roues de côté, mais elles occasionnent moins de dépense de construction, lorsque leurs augets ne sont remplis qu'à moitié, car il n'est pas nécessaire alors de les emboîter dans un coursier circulaire.

Leurs inconvénients sont de ne pouvoir marcher qu'à de petites vitesses, si l'on veut en obtenir le meilleur effet, ce qui oblige souvent à multiplier les engrenages. On ne peut les appliquer à des chutes plus grandes que 8^m, parce qu'elles auraient des dimensions exorbitantes, et que leur arbre supporterait une énorme charge d'eau, qui produirait de grands frottements.

Elles peuvent encore marcher quand elles sont noyées au-dessus de la hauteur des couronnes.

Les roues à aubes courbes de M. Poncelet, utilisent 0,65 du travail moteur, lorsque la chute totale est de $1^m,50$ et au-dessous, et 0, 50 à 0, 60 pour les chutes plus grandes. Elles peuvent marcher à une vitesse considérable, ce qui permet de faire faire à ces roues un plus grand nombre de tours par minute, que dans les autres systèmes, sans que leur effet utile s'éloigne du maximum, ce qui les fait préférer dans beaucoup de cas.

Leur largeur, celle de l'orifice et celle du coursier sont, à force égale, bien moindres que les dimensions analogues pour les roues à aubes planes, ce qui rend leur construction plus économique, leur poids moindre, et permet de les établir dans des localités où celles-ci ne pourraient trouver place. Elles peuvent marcher noyées jusqu'à une hauteur au moins égale à celle de la couronne ou au tiers de la hauteur totale de la chute, ce qui les rend précieuses dans les pays de plaines, exposés à des inondations.

Leur inconvénient est de ne pouvoir marcher à une vitesse sensiblement moindre que celle qui correspond au maximum d'effet, sans que l'eau ne rejaillisse dans la roue, ce qui occasionne une perte notable dans l'effet utile.

Elles sont particulièrement avantageuses pour les petites chutes de $1^{m},50$ et au-dessous, avec forte dépense d'eau.

Les turbines de M. Fourneyron conviennent à toutes les chutes depuis les plus faibles jusqu'aux plus grandes que l'art puisse utiliser. Elles transmettent un effet utile net égal à 0,70 et même souvent 0,75 du travail absolu du moteur. Elles peuvent marcher à des vitesses très différentes de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que l'effet utile diffère notablement de ce maximum. Elles peuvent fonctionner sous l'eau à des profondeurs très grandes, sans que le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur diminue notablement. D'où il suit qu'en les plaçant, lors de la construction, au niveau des plus basses eaux d'aval, on utilise, en tous temps, toute la chute dont on peut disposer.

Si l'on joint à ces propriétés précieuses sous le rapport mécanique, l'avantage qu'elles offrent d'occuper peu de place, de pouvoir être, sans grands frais, sans embarras et sans inconvénients, établies dans tel endroit d'une usine qu'on le veut, de marcher généralement à des vitesses bien supérieures à celles des autres roues, ce qui dispense de recourir à des transmissions de mouvement compliquées, on reconnaîtra sans doute que ces roues doivent prendre le premier rang parmi les moteurs hydrauliques.

Toutefois, leur grande vitesse pourrait être un inconvénient dans le cas où le mécanisme intérieur de l'usine ne l'exigerait pas.

§ 513. *Chaîne à godets.* — Lorsqu'on a une chute d'eau considérable, on peut se servir d'une chaîne à godets. Pour se faire une idée de ce système, on imagine deux roues hexagonales ayant leur centre sur la même verticale, dont l'une est placée à la hauteur du niveau supérieur et l'autre dans le bief inférieur. Si de plus les roues sont enveloppées

d'une chaîne sans fin dont les maillons sont égaux à la longueur des côtés des hexagones des roues et qui est armée à chaque maillon d'un godet, on voit que quand un filet d'eau plus étroit que la largeur des godets vient à tomber successivement dans les godets de la branche de gauche, le poids de cette eau produira sur les deux roues un mouvement de droite à gauche, et que, quand ces godets seront parvenus au bas de leur chute, ils se videront pour remonter à vide par la branche droite de la chaîne, et se remplir de nouveau, dès qu'ils se seront présentés à l'écoulement du filet d'eau. L'arbre qui communiquera le mouvement à la machine qu'on veut faire mouvoir peut être indistinctement placé à l'axe de la roue supérieure ou de la roue inférieure. La théorie de cette machine est la même que celle des roues à augets. L'eau y arrive avec une vitesse acquise, et les godets fuient devant ce filet avec une certaine vitesse. Il y aura donc choc et perte de force vive. Arrivée dans ces godets, l'eau y agit par son poids, et n'a plus que la vitesse des roues ou de la chaîne. Il convient donc encore ici de faire la vitesse d'arrivée de l'eau la moindre possible, ainsi que celle de sortie. En même temps, ces deux vitesses doivent être égales. On doit les réduire autant que possible à un mètre. Comme l'eau se vide presqu'au bas, il y a très-peu de déchet dans la chute pour cette dernière circonstance, (*fig.* 273).

§ 514. *Chaîne à chapelet.* — Dans les chaînes à chapelet, les deux roues sont remplacées par deux étoiles évidées, et les godets par des disques de bois recouverts d'une plaque de cuir dont le diamètre est plus grand. La chaîne sans fin, après avoir traversé le réservoir supérieur, passe dans un tuyau dont le jeu est assez grand, et ensuite dans un autre tuyau inférieur bien alésé, dont le diamètre plus petit que celui des plaques de cuir force celles-ci à se relever de manière à retenir l'eau au-dessus de chaque disque. Ici les rondelles ont environ $0^m,33$ d'intervalle. La quantité de travail du moteur est mesurée par le produit de la vitesse de la

chaîne par le poids d'une colonne d'eau dont la base est le diamètre du tuyau le plus étroit, et dont la hauteur est celle du niveau du réservoir supérieur au-dessus du débouché inférieur du tuyau dans lequel la chaîne a pénétré. Ce travail diffère peu de celui qui est transmis à la machine, (*fig.* 274).

§ 515. *Machine à colonne d'eau; sa description.* — Lorsqu'une chute d'eau a de 10 à 20^{m} de hauteur, et qu'on veut l'employer comme moteur, on substitue les machines à colonne d'eau aux roues hydrauliques et aux chapelets. Ces appareils se composent d'un corps de pompe AA', (*fig.* 275), dans lequel se meut un piston P dont le mouvement alternatif est produit par la pression d'une colonne d'eau ayant la hauteur de la chute. Cette eau descend par un tube BB' et peut se distribuer alternativement au-dessus et au-dessous du piston P par les canaux CD, $C'D'$, et par les ouvertures O, O', et peut s'échapper aussi alternativement par les mêmes ouvertures, en passant par le petit corps de pompe aa' pour être refoulée dans le dégorgeoir E. Ce petit corps de pompe renferme deux pistons p, p' destinés à faire communiquer l'eau de la source, tantôt avec le dessus, tantôt avec le dessous du grand piston P. Dans la position où ils sont dessinés sur la figure, ils permettent à l'eau de la chute d'agir sur le dessous du piston P pour le faire monter, et à l'eau qui est au-dessus de s'écouler par l'orifice O dans le déversoir E. Dans la seconde position indiquée par des lignes ponctuées, c'est le dessus du grand piston qui est en communication avec l'eau de la chute, tandis que le dessous communique avec le dégorgeoir. Le mouvement est imprimé aux petits pistons qui ont une tige commune, à la fin de chaque course du piston P, par la tige de ce dernier de la manière suivante: la tige des pistons p, p', qui est maintenue par un guide G, est évidée dans une certaine étendue, et liée dans cette partie à un levier articulé IH tournant autour d'un point fixe F. Deux chevilles K, K', distantes entre elles d'une quantité égale à la course du piston, sont destinées à faire agir le levier IH à la fin de cha-

que course, ce qui place les petits pistons p et p' alternativement au-dessus et au-dessous des ouvertures O et O'.

Le mouvement rectiligne alternatif de la tige du piston P est ensuite transformé en un mouvement circulaire continu, à l'aide d'un balancier, d'une bielle et d'une manivelle, ou bien, si l'on a pour but de faire manœuvrer des pompes, on prolonge la tige du piston moteur au-dessous de lui, et on la fixe au piston même de la pompe à établir.

On place ordinairement les cylindres verticalement pour la facilité des constructions, mais il est évident que dans ce cas on perd une portion de la chute égale à la hauteur de ce cylindre. La machine à colonne d'eau n'étant guère appliquée qu'à de très grandes chutes, cette perte est peu importante.

§ 516. *Théorie de la machine à colonne d'eau.* — Pour établir la théorie de cet appareil, nous supposerons le cylindre placé horizontalement, et nous désignerons par H la hauteur totale de la chute de l'eau, depuis le niveau du réservoir supérieur jusqu'au centre du piston, par m la masse d'eau fournie par la source dans une seconde, par A l'aire du piston, par V sa vitesse, et par P la pression transmise par le piston moteur, ou la résistance qui lui est opposée. Si l'on fait abstraction des frottements du piston et de l'eau dans les divers passages, et des pertes dues aux étranglements et aux coudes, il sera facile de poser l'équation du mouvement; car, mgH est le travail de la chute, PV est l'effet utile transmis, et $\frac{mV^2}{2}$ est le travail renfermé dans la force vive imprimée à la masse d'eau mise en mouvement dans le cylindre, de l'autre côté du piston. On aura donc :

$$mgH = Pv + \frac{MV^2}{2}; \text{ d'où } PV = mgH - \frac{mV^2}{2}.$$

Cette quantité devient un maximum, quand $V = o$, et le travail utile $= mgH =$ le travail total de la chute. On

donne ordinairement aux pistons une vitesse moyenne de $0^m,3$ par seconde. Il n'en résulte pas théoriquement de perte sensible dans le travail utile transmis.

La valeur précédente de PV devient, en y remplaçant la masse de l'eau par son volume,

$$PV = 1000\,EH - \frac{1000\,EV^2}{2g} = 1000\,E\left\{H - \frac{V^2}{2g}\right\}.$$

Les observations recueillies sur les machines à colonne d'eau employées à faire marcher des pompes, indiquent un effet utile qui varie entre le tiers et la moitié du travail représenté par la chute de l'eau.

Si l'on voulait tenir compte, dans le calcul, de toutes les pertes dues aux frottements et aux étranglements, il faudrait d'abord considérer le piston dont on pourrait calculer le frottement par la règle du § 200, ou bien, plus exactement, en remarquant que ce frottement est proportionnel à la charge du piston et à son aire latérale. Ce frottement aura donc pour expression

$$2\pi R.\, e.\, f.\, p,$$

en désignant par R le rayon, par e l'épaisseur, par f le coëfficient du frottement relatif aux surfaces en contact, et par p la pression exercée sur le piston. Multipliant ce frottement par la vitesse V du piston, on aura le travail absorbé. Enfin, pour les pertes dues à la résistance des tuyaux et aux étranglements, on supposerait tous les tuyaux de même diamétre, et on se reporterait aux §§ 470 et 473, dans lesquels on trouve que la perte due à la résistance des tuyaux est exprimée par la quantité

$$0,0035\, \frac{p}{g}.\, \frac{LC}{a}.\, v^2.$$

On remplacerait v par sa valeur en fonction de V la vitesse de l'eau dans le grand cylindre, que l'on tirerait de la relation

$$av = AV,$$

dans laquelle a est la section du tuyau et A celle du cylindre. La perte de travail due aux étranglements se trouverait en suivant la marche adoptée, § 469. Pour la perte de travail due aux coudes, on prendrait la formule

$$\frac{p}{g}v^2(0{,}0039 + 0{,}0186r)\frac{s}{r} \text{ due à Dubuat,}$$

dans laquelle v est la vitesse de l'eau dans le coude, r le rayon moyen de l'arc du coude, et s son développement moyen. Quand le coude est rectangulaire, on prend pour arc moyen celui qui, de l'angle rentrant comme centre, est décrit avec un rayon égal à celui du tuyau, et qui est tangent aux axes du tuyau, de façon que le rayon moyen du coude est égal au rayon du tuyau.

DE QUELQUES MACHINES PROPRES A ÉLEVER L'EAU.

§ 517. *Machine de Schemnitz.* — Cette machine est une application en grand de la fontaine de Héron. Elle est fondée sur l'équilibre qui peut s'établir entre les liquides et les gaz. On l'emploie pour extraire l'eau des puits dans les mines de *Galène* ou sulfure de plomb, en Hongrie. Dans les premières qui ont été construites les robinets étaient manœuvrés par des hommes; M. Boswel est parvenu à substituer l'action de l'eau à celle des hommes : nous ne décrirons que la machine perfectionnée.

Pour faire marcher cette machine, il faut admettre qu'on a à sa disposition une chute d'eau.

Soit donc A (*fig.* 276), le réservoir d'où l'eau est amenée dans la machine. Soit P le puits dont il faut extraire l'eau, et soit S le niveau du sol sur lequel doit s'opérer l'écoulement des eaux d'épuisement et celui des eaux de la chute. C est une capacité dont le volume est d'environ 3, 7 mètres

cubes ; elle est placée sur le sol. C' est une autre capacité dont le volume est environ la moitié de C ; elle est entièrement plongée dans le puits. Le vase C communique avec la chute par le tube dh qui descend jusqu'au fond de ce vase, et avec l'air extérieur par le conduit e. Le vase C' reçoit l'eau du puits par une soupape s qui s'ouvre de bas en haut ; il est traversé par un tube $d'h'$ qui descend jusque près du fond et qui est destiné à porter l'eau du puits sur le sol. Il contient une soupape s' qui empêche l'eau de retomber lorsqu'elle a été élevée. Les deux capacités C et C' communiquent entre elles par le tube plein d'air fgh dont l'orifice f peut être fermé par une soupape à flotteur f que l'eau de la capacité C soulève en remplissant cette capacité. Au-dessus de C est placé un vase V qui communique avec l'eau de la source par un conduit armé de deux robinets a et b. Le premier est un robinet à main destiné à régler la dépense d'eau qui doit alimenter le vase V. Le second est manœuvré par un levier mn à l'extrémité m duquel est attaché un contrepoids, tandis que l'autre extrémité est fixée à une chaîne. Cette même chaîne, en dirigeant le robinet b, ouvre et ferme en même temps le robinet b' qui établit la communication entre le réservoir A et le vase C. Un siphon p vide le vase V dans un autre petit vase V' attaché à la chaîne dont nous venons de parler, lequel se vide lui-même dans un troisième vase V'' au moyen d'un autre siphon ; et enfin ce dernier vase V'' a un robinet à main pour régler la quantité d'eau qui doit en sortir. Un robinet r armé d'une tige permet au vase C de se vider en temps convenable.

Cela posé, supposons que la machine n'ait pas encore marché. L'eau du puits a rempli la capacité C' et a refoulé l'air par le tube kg dans la capacité C ; la soupape f est ouverte. Les robinets b et b' sont ouverts, le robinet r est fermé. Les robinets à main sont ouverts, mais non encore réglés. L'eau peut donc descendre du réservoir A et remplir la capacité C, ainsi que le vase V. L'air est comprimé en C et chassé par le tube fgk. Il presse alors sur l'eau du vase C',

fait ouvrir la soupape s' et élève l'eau du puits jusqu'au sol. La soupape s est maintenue fermée pendant ce temps par cette pression. Lorsque le vase C est plein d'eau, l'effet est produit, la soupape f est fermée, et c'est ici que doit commencer le jeu des petits vases V, V' et V''. Le vase V se vide dans V' et ce dernier dans V''. Il arrive un instant où les deux derniers sont assez pesants pour entraîner le contrepoids, ce qui ferme les robinets b et b'. Cet instant doit être celui ou le vase C est complétement plein. Le vase V'' en descendant rencontre la tige du robinet r et l'entraîne avec lui. Le robinet s'ouvre et le vase C se vide. Le robinet à main du vase V'' doit être réglé de telle sorte qu'à l'instant où le vase C est vide, le contrepoids fasse remonter les petits vases en fermant le robinet r, et en ouvrant par conséquent les robinets b et b', ce qui ramène les choses dans l'état où nous les avons considérées en commençant. Le robinet a sert à régler la quantité d'eau qui arrive en V pour que le siphon le vide en temps convenable.

§ 518. *Théorie de la machine de Schemnitz.* — Pour établir la théorie de cette machine, nommons H la hauteur de la chute comptée du niveau A au fond de la capacité C; H' la hauteur à laquelle l'eau est élevée, comptée du niveau k au niveau S; a et a' les aires des sections des capacités C et C'; h et h' les hauteurs sur lesquelles les capacités s'emplissent et se vident à chaque oscillation; p la pression atmosphérique, ou la colonne d'eau en mètres qui lui fait équilibre.

Supposant que les capacités C et C' n'ont que les hauteurs h et h', et négligeant le volume d'air contenu dans le tube de communication fgk, si l'on considère l'instant où C est remplie d'air, C' remplie d'eau, et où l'on vient de fermer le robinet r, le volume d'air renfermé en C est ah à la pression p. Considérant ensuite l'instant où C a été remplie d'eau et C' vidée, le volume auquel l'air aura été réduit sera celui de la capacité C', ou $a'h'$. Sa force élastique sera donc, § 421,

$$\frac{pah}{a'h'}.$$

Mais cette pression doit faire équilibre en C' à la colonne d'eau $p+H'+h'$. On a donc

$$\frac{pah}{a'h'}=p+H'+h', \text{ d'où } a'h'=\frac{pah}{p+H'+h'}.$$

Multipliant de part et d'autre par H', et remarquant que le produit de $a'h'$, volume ou poids de l'eau élevée à chaque oscillation, par H', hauteur à laquelle cette eau a été élevée, représente l'effet utile, et que ahH représente le travail moteur, on aura pour le rapport de l'effet utile à l'action dépensée,

$$\frac{a'h'H'}{ahH}=\frac{pH'}{(p+H'+h')H},$$

toutes réductions faites.

Pour rendre ce rapport le plus grand possible, il faut d'abord poser $h'=o$. Il devient alors

$$\frac{pH'}{(p+H')H}:$$

Sa valeur augmente avec H'. Mais comme la pression de l'air enfermé, qui fait équilibre en C' à la colonne $p+H'+h'$, doit faire équilibre en C à une colonne égale au plus à $p+H-h$, quand C est remplie d'eau, on ne peut pas prendre

$$p+H'+h'>p+H-h \text{ ou } H'>H-h-h';$$

et puisque h' est déjà nul, on voit qu'il faut encore rendre h nul pour obtenir le plus grand effet. D'où $H'=H$; et le rapport devient

$$\frac{p}{p+H}.$$

Il est le plus grand possible quand $H=o$, et égal à l'unité.

Il résulte de ce qui précède, 1° que la hauteur à laquelle

on élève l'eau ne peut surpasser la hauteur de la chute, moins la somme des hauteurs des deux capacités; 2° que pour obtenir le plus grand effet, il faut faire la hauteur des capacités infiniment petite, et la hauteur à laquelle on élève l'eau égale à celle de la chute ; 3° que l'effet obtenu de cette manière est d'autant plus grand que la hauteur de la chute est plus petite, et serait égal au travail de la chute si cette hauteur était infiniment petite.

Cette machine produit un effet utile qui est évalué à environ 40 pour 100, c'est-à-dire que, avec 100 litres d'eau de la chute on élève 40 litres d'eau du puits.

§ 519. *Bélier hydraulique.* — Cette machine est fondée sur la propriété dont jouissent les corps, et en particulier les liquides, de ne pouvoir prendre toute la vitesse qu'ils sont susceptibles d'acquérir, qu'au bout d'un temps appréciable, et inversement de ne pouvoir passer instantanément de l'état de mouvement à celui de repos. Il résulte de cette propriété que, si une masse de fluide a été mise en mouvement, et si l'on arrête brusquement l'écoulement, le fluide réagira contre les parois du tuyau, en vertu de la force vive qui lui a été imprimée, et cette force vive peut être utilisée comme force motrice. Cette dernière opération sert de base à la construction du bélier.

Une chute d'eau imprime à cette eau une certaine quantité de force vive, qui est employée à produire l'élévation d'une partie de cette eau. Le tuyau *A* (*fig.* 277), appelé *corps du bélier,* amène l'eau de la chute, qui s'écoule d'abord par l'orifice *O*. Une soupape à boulet *S*, appelée *soupape d'arrêt,* creuse, dont le poids spécifique est un peu supérieur à celui de l'eau, reste dans sa muselière, tant que l'eau n'est pas en mouvement, mais elle ne tarde pas à être soulevée et à fermer brusquement l'ouverture O, lorsque l'eau a acquis une vitesse suffisante. A cet instant l'eau réagit contre les parois du tuyau, soulève la soupape *S'* appelée *soupape d'ascension*, et pénètre dans la cloche *c*, qui contient un réservoir d'air. Lorsque l'eau contenue dans le

tuyau A, a perdu de cette manière le mouvement qu'elle avait acquis, la soupape S' se referme, la soupape S retombe d'elle-même, et le même jeu recommence. L'eau qui a passé par la soupape S' s'élève dans le tuyau B. L'air contenu dans la cavité c serait bientôt entraîné par le mouvement de l'eau s'il n'était pas renouvelé par une petite soupape a s'ouvrant de dehors en dedans, et alimentant d'air également le petit espace mn. Cette soupape s'ouvre d'elle-même à l'instant de la diminution de pression intérieure qui suit immédiatement le coup du bélier. L'ensemble du réservoir d'air et des soupapes porte le nom de *tête du bélier*.

La durée des pulsations est d'environ une seconde.

Il paraît impossible que la soupape S' s'ouvre à l'instant même où la soupape S se ferme, et cette considération pourrait nuire sensiblement au jeu de la machine, si les parois du tuyau n'étaient pas élastiques; car il suffirait qu'il y eût un certain temps entre la fermeture d'un orifice et l'ouverture de l'autre, quelque petit que fût ce temps, pour que le mouvement du fluide fût détruit, en sorte que l'eau ne passerait pas par la soupape S'. Mais eu égard à l'élasticité de l'eau et des parois, le mouvement de l'eau subsiste encore en grande partie, lorsque cette soupape vient à s'ouvrir, et le retard de cette ouverture diminue peu l'effet produit. On voit, par ce qui précède, en quoi consiste l'utilité du matelas d'air intérieur indiqué en mn. Ce matelas n'est pas nécessaire au jeu de l'appareil, parce qu'en général les parois des tuyaux sont suffisamment élastiques; mais il est utile, parce que c'est un ressort moins résistant que ces parois, et que l'eau comprime plus facilement, en sorte que cette eau emploie alors plus de temps à perdre la même quantité de mouvement, et qu'il lui en reste davantage quand la soupape S' vient à s'ouvrir.

Le calcul appliqué à cette machine fait voir, 1° que l'effet utile a pour limite la quantité de travail dépensée, et qu'il en approche d'autant plus que le temps de l'ouverture de

l'orifice d'écoulement est plus petit; 2° que l'appareil est plus avantageux pour de petites chutes; 3° et qu'il paraît y avoir de l'avantage à faire écouler le fluide dans de longs tuyaux d'un petit diamètre.

Il paraît que, dans les meilleurs appareils, l'effet utile est compris entre les 0, 6 et les 0, 65 du travail moteur dépensé.

§ 520. *De la roue à force centrifuge.* — Lorsqu'un liquide est contenu dans un vase $ABCD$ (*fig.* 278), auquel on imprime un mouvement de rotation autour de son axe vertical EF, avec une vitesse uniforme, la force centrifuge à laquelle les molécules d'eau sont soumises, élève les diverses parties de la masse le long des parois, et la section de la surface du fluide par un plan passant par l'axe EF, sera une courbe NON', dont la nature est déterminée par la condition que les actions exercées par la gravité et par la force centrifuge sur les molécules du fluide, se fassent mutuellement équilibre. Or, quand l'équilibre existe dans une masse de fluide, il existe également dans un canal quelconque tracé dans cette masse, et si l'on trace ce canal de manière que ses deux extrémités aboutissent à la surface, ce principe peut servir à en déterminer la forme. Considérons donc le canal OPM dont la section transversale est censée infiniment petite, composé de la branche horizontale OP aboutissant au point le plus bas O de la surface du fluide, et de la branche verticale PM. Pour que l'équilibre existe dans ce canal, il faudra que la pression exercée sur la molécule placée en P, par suite de l'action de la force centrifuge sur le fluide contenu dans la branche OP, et par suite de l'action de la gravité sur le fluide contenu dans la branche PM, soient égales entre elles. Or, en nommant V_1 la vitesse angulaire du vase $ABCD$, r la distance OP, et z la hauteur PM, on aura $V_1 r$ pour la vitesse de rotation en P, § 23, et $\frac{V_1^2 r^2}{r}$ ou $V_1^2 r$ pour la force centrifuge de la molécule située en ce point, § 91. Cette force, du point O au

point P, croît uniformément depuis zéro jusqu'à $V_1^2 r$. Sa valeur moyenne dans la branche OP est donc $\frac{1}{2} V_1^2 r$; mais cette quantité ne donne que la vitesse acquise par le point mobile, et pour avoir la valeur de la force motrice, il faut multiplier cette vitesse par la masse en mouvement, § 270, c'est-à-dire par la petite colonne liquide OP réduite à sa longueur r; ce qui donne pour l'énergie de cette force $\frac{1}{2} V_1^2 r^2$. L'action de la gravité sur les molécules contenues dans la branche PM est le produit de la masse z par la vitesse g ou gz. Ainsi, la condition de l'équilibre du canal s'exprimera par

$$gz = \frac{1}{2} V_1^2 r^2; \text{ d'où } z = \frac{V_1^2 r^2}{2g}.$$

Or, $\frac{V_1^2 r^2}{2g}$ est la hauteur due à la vitesse horizontale $V_1 r$ du point P; d'où l'on conclut que la forme de la surface du fluide est assujettie à la condition que la hauteur d'un point quelconque M au-dessus du point le plus bas O, soit celle due à la vitesse de rotation qui a lieu en M. Et si nous tirons de l'équation précédente la valeur de r^2, il vient

$$r^2 = \frac{2g}{V_1^2} \cdot z.$$

Cette relation nous fait voir que les carrés des lignes r sont entre elles comme les lignes z, ce qui est une propriété de la parabole. On peut d'ailleurs construire cette courbe par la seule considération qu'un de ces points M est déterminé par la hauteur due à la vitesse horizontale de ce point. En effet, étant donnée la vitesse angulaire qu'on veut imprimer au vase $ABCD$, on en déduira les vitesses d'un certain nombre de points P situés à des distances données OP, et en chacun de ces points on élèvera à OP une perpendiculaire égale à la hauteur due à la vitesse du point P; le point M ainsi déterminé sera un point de la courbe.

Supposons maintenant qu'on ait plongé le vase *ABCD* dans un autre vase contenant de l'eau, avec lequel il communique par un orifice placé en *F*. Tant que le vase *ABCD* demeurera immobile, l'eau s'y tiendra au niveau *LL'* de sa surface dans le second vase. Mais si on imprime au vase *ABCD* un mouvement de rotation autour de l'axe vertical *EF*, la surface de l'eau y prendra, conformément à ce qui vient d'être dit, la forme d'un paraboloïde de révolution décrit autour de l'axe *EF*, et il n'y aura plus que le point *O* où la surface coupe cet axe qui demeurera dans le niveau *LL'* de l'eau extérieure. Si alors on ouvre un petit orifice *U* dans la paroi du vase, l'eau tendra à jaillir de cet orifice avec une vitesse due à la longueur *UN* de la verticale menée du point *U* à la surface de l'eau. Ainsi cet appareil offre le moyen d'élever l'eau d'un réservoir inférieur à une hauteur plus ou moins considérable, suivant qu'on imprime au vase mobile un mouvement de rotation plus ou moins rapide.

On peut construire un appareil propre à élever l'eau, fondé sur le principe précédent. Pour cela, ayant fixé, comme il a été dit, la vitesse de l'appareil qu'on nomme *roue à force centrifuge*, on construira la courbe *NON'*, (*fig.* 279), que doit affecter l'eau dans le vase tournant. Puis, on tracera deux courbes parallèles qui serviront de parois à l'appareil. La paroi extérieure est évasée dans le bas, de manière à offrir en *F* une embouchure telle que le fluide s'introduise dans la roue en éprouvant la moindre contraction possible. Des orifices *UUU*..... sont distribués à la circonférence du vase, et sont placés de côté, de manière que l'eau jaillisse horizontalement et en sens contraire du mouvement de rotation de la roue; cette eau est reçue au sortir des orifices dans une gouttière circulaire, dont elle s'échappe par une buse. L'intervalle compris entre les deux parois parallèles doit être partagé en plusieurs parties par des diaphragmes tracés suivant des courbes analogues à l'hélice, afin que l'eau qui monte dans la roue prenne bien toute sa vitesse de rotation. La roue peut être construite en

fonte, et servirait elle-même de volant pour régulariser l'action du moteur. On peut la supposer mise en mouvement d'une manière quelconque.

Pour établir la théorie de cette roue, supposons qu'on ait fait passer par l'orifice U une verticale NL, qui rencontre en N la parabole NON'. Nommons V la vitesse de rotation constante imprimée aux points de la roue situés dans cette verticale, et H la hauteur LU à laquelle l'eau est élevée. La distance NL sera $\frac{V^2}{2g}$, et la distance NU, $\frac{V^2}{2g} - H$.

Soit S l'aire de l'orifice F par où l'eau entre dans la roue, et O la somme des aires des orifices U par où elle s'écoule, laquelle, pour plus de généralité, est supposée plus petite que S, mais non très petite par rapport à S. La pression que le fluide exerce contre les orifices U étant due à la hauteur $\frac{V^2}{2g} - H$, la vitesse de l'écoulement, l'entrée de ces orifices étant supposée évasée, sera exprimée, § 447, par

$$\sqrt{\frac{V^2 - 2gH}{1 - \frac{O^2}{S^2}}}.$$

L'écoulement se faisant en sens contraire de la vitesse V de la roue, on voit que la vitesse réelle que possédera le fluide à l'instant où il aura quitté la roue sera

$$V - \sqrt{\frac{V^2 - 2gH}{1 - \frac{O^2}{S^2}}}.$$

Appelons m la masse de l'eau élevée en 1", P l'effort du moteur supposé appliqué à une distance de l'axe de rotation égale à celle de l'orifice d'écoulement; le travail moteur sera exprimé par PV; et comme il n'y a pas de force vive

perdue, le travail moteur PV sera égal au travail utile mgH, plus le travail renfermé dans l'eau à sa sortie de la roue, ou

$$\frac{m}{2}\left\{V-\sqrt{\frac{V^2-2gH}{1-\frac{O^2}{S^2}}}\right\}.$$

On aura donc

$$PV=mgH+\frac{m}{2}\left\{V-\sqrt{\frac{V^2-2gH}{1-\frac{O^2}{S^2}}}\right\}^2.$$

Pour rendre l'effet le plus grand possible, il faut annuler la vitesse de l'eau à la sortie, ce qui donne

$$V=\sqrt{\frac{V^2-2gP}{1-\frac{O^2}{S^2}}}.$$

D'où

$$V=\frac{S}{O}\sqrt{2gH};$$

l'effet utile sera alors égal à la quantité d'action dépensée.

On voit que plus les orifices d'écoulement sont petits par rapport à S, et plus la valeur de V qui répond au maximum d'effet doit être grande.

La nécessité de donner à cette roue une très grande vitesse pour lui faire produire le maximum d'effet, empêchera toujours qu'elle ne soit employée pour élever l'eau à une hauteur considérable. Si l'on veut avoir une idée de l'effet dont elle est susceptible quand on l'emploie pour élever l'eau à une hauteur médiocre, on supposera cette hauteur $H=2^{m}$, le diamètre de la roue $=2^{m}$, et qu'on lui fasse faire un tour par seconde. On aura alors

$$V=2^{m}\pi=6^{m},28.$$

Substituant ces valeurs dans l'expression de PV, et cherchant le rapport du résultat à mgH, on trouve 0,66.

Ainsi la roue rendrait théoriquement les $\frac{2}{3}$ de la force qu'on lui appliquerait. Il y aurait dans la pratique peu de réduction à faire sur ce résultat, eu égard au peu de frottement que présente cette machine.

DE LA CHALEUR.

PRÉLIMINAIRES.

§ 521. *Phénomènes généraux.* — On donne le nom de *calorique* à un fluide éminemment subtile, impondérable et incoërcible, auquel on attribue tous les phénomènes de chaleur.

On sait que ces principaux phénomènes sont les suivants:

1° Lorsqu'un corps *a* a reçu d'une manière quelconque la propriété de nous faire éprouver des sensations de chaleur, il émet du calorique autour de lui, il en *rayonne* de toutes parts, et la portion de calorique qui s'échappe ainsi par sa surface se nomme *calorique rayonnant.*

2° Si un corps *b* se trouve dans le voisinage du corps *a*, il acquerra les mêmes propriétés, et elles lui seront communiquées par *contact* ou par *rayonnement*, suivant que le corps *b* sera en contact avec *a* ou placé à distance.

Tous les corps ne présentent pas la même facilité à se laisser pénétrer par le calorique, et l'on divise les corps sous ce rapport en corps *bons conducteurs*, et corps *mauvais conducteurs.* Dans la première classe sont les métaux, les pierres... Dans la seconde classe, le charbon, le verre, les liquides, les gaz, les substances animales et végétales....

3° Le calorique est susceptible d'opérer le *changement*

d'état des corps, c'est-à-dire qu'il peut les faire passer, en s'accumulant dans leur masse, de l'état solide à l'état liquide, et enfin de ce dernier état à l'état gazeux. On suppose, pour expliquer ce phénomène, qu'en s'introduisant ainsi dans les corps, le calorique agit comme force répulsive, et que la lutte qui s'établit entre cette force et la force attractive moléculaire nommée force de cohésion, est ce qui détermine l'état solide, liquide ou gazeux d'un corps quelconque; de telle sorte que dans les solides, la force de cohésion serait supérieure à la force répulsive du calorique, dans les liquides l'équilibre aurait à peu près lieu, et enfin dans les gaz, la force répulsive l'emporterait sur la force attractive: explications qui sont parfaitement justifiées, pour les solides, par la propriété dont ils jouissent d'offrir une résistance à la séparation de leurs parties; pour les liquides, par leur grande mobilité; pour les gaz, par la tendance qu'ils ont à occuper un plus grand volume.

La *fusion* d'un corps solide est son passage à l'état liquide; la *vaporisation* d'un liquide est son passage à l'état gazeux, et l'on nomme *vapeur* le liquide amené à cet état. Lorsqu'un liquide se réduit en vapeur, la formation de ces vapeurs détermine un soulèvement dans la masse du liquide : on donne à ce mouvement particulier le nom d'*ébullition*. Le point d'ébullition d'un liquide varie avec la pression qu'on lui fait supporter. On empêche un liquide de se réduire en vapeur en le chauffant dans un vase clos et très résistant, et l'on peut ainsi reculer indéfiniment son point d'ébullition. Si, au contraire, on diminue la pression, on avance le point d'ébullition; c'est ainsi que de l'eau ordinaire, exposée à une très faible chaleur, entre en ébullition, lorsqu'on la place sous le récipient de la machine pneumatique. Il résulte de là que lors de la réduction d'un liquide en vapeur, la pression atmosphérique est vaincue par la force expansive de cette vapeur, et peut lui servir de mesure.

4° Si le corps soumis à l'action de la chaleur est composé, il peut arriver que ses éléments hétérogènes se séparent, et

dans ce cas la force répulsive du calorique anéantit la force attractive qui s'exerce entre les molécules hétérogènes, en éloignant ces molécules à des distances telles que cette force ne puisse plus s'exercer. On dit alors qu'il y a *décomposition*.

5° Lorsqu'on accumule du calorique dans un corps, toutes ses dimensions sont augmentées, et l'on donne à cet accroissement le nom de *dilatation*. La dilatation est *linéaire*, *superficielle* où *cubique*, selon qu'on veut désigner l'accroissement en longueur, en surface ou en volume.

Lorsqu'un corps abandonne du calorique au contraire, ses dimensions sont diminuées, et l'on donne à cette diminution le nom de *contraction*.

Les contractions ont les mêmes valeurs que les dilatations pour les mêmes variations dans les états calorifiques des corps, c'est-à-dire qu'un corps, en restituant le calorique qu'il a absorbé, reprend exactement ses dimensions primitives. C'est ce qui a valu au calorique le nom de fluide *éminemment élastique*.

§ 522. *Thermomètre; degré; température.* — On appelle *thermomètre*, un appareil destiné à rendre sensibles les variations qu'éprouve la quantité de calorique que renferme un corps. On ne saurait vouloir déterminer la quantité absolue de calorique que les corps contiennent, car on ne peut parvenir à les en priver complétement. Mais l'entrée du calorique dans ces corps, ou sa sortie, peuvent être mesurées, et tel est le but du thermomètre.

Cet appareil est fondé sur la propriété dont jouissent les corps de se dilater par la chaleur. Tous les corps peuvent donc être employés à cet usage; mais les dilatations des solides sont petites, et ne peuvent servir à mesurer que de grandes variations calorifiques; les dilatations des gaz sont grandes, et ne sont propres à mesurer que de petites variations; les liquides ayant des dilatations intermédiaires, sont préférés pour les usages ordinaires, et le mercure est choisi plutôt qu'un autre liquide, à cause de la régularité de sa dilatation entre certaines limites.

Les deux phénomènes suivants servent de base à la construction du thermomètre, ou plutôt à sa graduation.

1° Lorsqu'on plonge un corps dans le bain d'un solide en fusion, les dimensions de ce corps varient jusqu'à une certaine limite qu'elles ne dépassent pas, tant qu'il reste du solide à fondre; et si l'on alimente sans cesse le bain du solide qui le forme, la chaleur à laquelle on le soumet, est employée a opérer le changement d'état de ce solide, et n'élève point l'état calorifique du bain, de sorte que les dimensions du corps qui y est plongé acquièrent une certaine valeur correspondant à la chaleur de ce bain, mais qui reste invariable tant que le solide n'est pas entièrement fondu.

2° Lorsqu'on plonge un corps dans un liquide qui se réduit en vapeur, ce corps acquiert un volume qui reste constant tant qu'il y a du liquide à vaporiser; ce qui fait voir que la chaleur communiquée au liquide est employée à opérer son changement d'état, et non à exalter ses propriétés calorifiques.

Ces deux propriétés servent à déterminer les points fixes de la graduation des thermomètres. En effet, après avoir rempli de mercure un tube comme *ab*, (*fig.* 280), formé d'un réservoir *b* et d'un tube beaucoup plus étroit *ac*, on plonge le réservoir dans la glace pilée en fusion. Le mercure descend jusqu'à un certain point *o* qu'il ne dépasse pas, tant qu'on alimente de glace solide le bain dans lequel le thermomètre plonge. Ce point *o*, appelé *point de glace fondante*, est le zéro de l'instrument. On plonge ensuite le thermomètre dans l'eau bouillante, ou mieux dans sa vapeur, et le mercure s'élève dans le tube jusqu'à un point 100 qu'il ne dépasse pas pendant toute la durée de la vaporisation de l'eau. Ce point est le *point d'eau bouillante*, ou le point 100 de l'instrument.

On appelle *degré* la 100^{e} partie de l'accroissement de volume que prend un corps plongé successivement dans la glace fondante et l'eau bouillante.

Si donc nous partagions en 100 parties égales l'accroisse-

ment de volume du mercure dans le tube précédent, entre le point 0 et le point 100, l'une de ces parties représenterait le degré du thermomètre. Le tube étant supposé bien calibré, on l'obtient avec une exactitude suffisante pour la pratique, en divisant la *longueur* du tube compris entre ces deux points en 100 parties égales.

On appelle *température* d'un corps la différence du volume qu'il occupe à celui qu'il occuperait s'il était plongé dans la glace fondante, cette différence étant mesurée à l'aide du degré pris pour unité. Ainsi, quand on dit qu'un corps est à la température de 15°, cela veut dire que la différence du volume qu'il occupe ou volume qu'il occuperait, s'il était plongé dans la glace fondante, est égale à 15 fois la 100e partie de son accroissement de volume, lorsqu'on le plonge successivement dans la glace fondante et l'eau bouillante.

On voit donc que le thermomètre sert à mesurer la température d'un corps, c'est-à-dire sert à indiquer l'entrée ou la sortie du calorique; mais il n'en indique en aucune manière la quantité, car rien ne prouve que des accroissements égaux de température soient produits par des accroissements égaux dans la quantité de calorique renfermée dans un corps. Mais la connaissance de la température n'en est pas moins un élément important dans l'appréciation de l'état calorifique des corps.

§ 523. *Mesure de la dilatation des corps.* — La dilatation linéaire des corps a été mesurée par des appareils particuliers pour les solides, les liquides et les gaz, et voici les résultats auxquels on est parvenu.

Pour les solides, on a remarqué que chaque corps se dilatait d'une manière particulière, et que les dilatations de chacun d'eux, entre les températures de la glace fondante et de l'eau bouillante, étaient proportionnelles au nombre de degrés indiqué par le thermomètre à mercure; c'est-à-dire que si le plomb, par exemple, se dilatait de *a* pour 10°, il se dilaterait de 2 *a* pour 20°.... Les dilatations sont

croissantes dans les températures supérieures, et d'une manière irrégulière.

Voici le tableau de la dilatation linéaire de quelques corps solides entre 0° et 100° :

Noms des substances.	Dilatations linéaires de 0° à 100°.
Acier non trempé.	0,0010791
Argent de coupelle	0,0019097
Cuivre	0,0017173
Laiton	0,0018782
Etain.	0,0021730
Fer doux forgé.	0,0012205
Fer fondu	0,0011000
Zinc.	0,0088400
Or de départ	0,0014661
Platine	0,0008565
Plomb	0,0028484
Verre de Saint-Gobain.	0,0008909

Pour les liquides, on a observé que chacun d'eux suivait dans sa dilatation cubique une loi particulière, et que cette dilatation n'était pas proportionnelle à la température. On a trouvé 0,018018 pour la dilatation moyenne absolue du mercure entre 0° et 100°.

Pour les gaz, la dilatation cubique moyenne a été trouvée la même pour chacun d'eux, proportionnelle à la température indiquée par le thermomètre à mercure, et sa valeur entre 0° et 100° est 0,375. La régularité de cette loi paraît s'étendre au-dessous de 0° et au-dessus de 100°.

§ 524. *Coëfficients moyens de dilatation.* — On appelle *coëfficient moyen de dilatation linéaire* d'une substance, la quantité dont l'unité de longueur, le mètre par exemple, de cette substance, se dilate pour 1° du thermomètre entre 0° et 100°. Le *coëfficient moyen de dilatation superficielle* serait l'accroissement en surface de un mètre carré de cette substance, et son *coëfficient cubique* serait l'accroissement en volume d'un mètre cube.

Le coëfficient moyen de dilatation linéaire des solides se déduira du tableau du paragraphe précédent, en divisant par 100 les nombres qui y sont consignés, puisque les dilatations sont proportionnelles aux températures.

Nous trouverons bientôt le moyen de déduire les coëfficients superficiel et cubique de chaque substance, de son coëfficient linéaire.

Les gaz se dilatant en volume, de 0° à 100°, des 0,375 de leur volume, leur coëfficient moyen de dilatation cubique est 0,00375.

§ 525. *Usages des coëfficients moyens de dilatation.* — Quand on admet que les dilatations des corps sont proportionnelles à la température, il est facile d'établir des relations entre les dimensions d'un corps à 0°, et ses dimensions à une température quelconque.

En effet, soit l la longueur d'un corps quelconque, cylindrique ou prismatique, ou, etc., à la température de 0°; soit d le coëfficient moyen de dilatation linéaire relatif à la substance dont le corps est formé. La dilatation de 1^m pour 1° étant d, celle de la longueur l^m sera ld, aussi pour 1°, et en passant de la température 0° à la température $t°$, cette dilatation deviendra ldt. Cette dilatation étant ajoutée à la longueur l de la barre, donne la longueur de cette barre à la température t, ou l'. D'où $l'=l+ldt$, ou

$$l'=l\,(1+dt)\text{.....}\ (1)$$

formule qui servira à faire déterminer l'une des quatre quantités qui y entrent, lorsqu'on connaîtra les trois autres.

S'il s'agit d'établir la relation entre la longueur l d'un corps à la température t et la longueur l' qu'il acquerrait à la température t', on remarquerait que, en désignant par L la longueur de ce même corps à 0°, l'équation (1) donnerait pour le même corps aux deux températures t et t', $l=L\,(1+dt)$, et $l'=L\,(1+dt')$; d'où l'on tire

$$\frac{l}{l'}=\frac{1+dt}{1+dt'}\text{.....}\ (2).$$

Cette relation fera connaître la longueur d'un corps à une température donnée, lorsqu'on donnera sa longueur à une autre température également donnée.

§ 526. *Détermination des coëfficients moyens de dilatation superficielle et cubique.* — On peut établir des formules analogues aux formules (1) et (2) du paragraphe précédent, pour les surfaces et les volumes; et l'on a, en désignant par s une surface à 0°, et par s' cette surface à la température $t°$,

$$s' = s\,(1 + ft) \ldots (3).$$

Dans cette formule f représente le coëfficient moyen de dilatation superficielle de la substance.

En désignant de même par v le volume d'un corps à 0°, et par v' son volume à $t°$, on a

$$v' = v\,(1 + ht) \ldots\ldots (1)$$

en appelant h le coëfficient moyen de dilatation cubique de la substance.

Pour trouver la valeur des quantités f et h, on remarquera que les surfaces s et s' sont semblables, et qu'elles sont entre elles comme les carrés des lignes homologues. On aura donc

$$\frac{s'}{s} = \frac{l'^2}{l^2};$$

si l'on substitue dans cette équation à la place de s' et de l' leurs valeurs (3) et (1), on aura $1 + ft = (1 + dt)^2$, qui donne

$$1 + ft = 1 + 2\,dt + d^2t^2.$$

Mais la quantité d est toujours une fraction très petite, surtout pour les corps solides; on pourra donc négliger le terme $d^2 t^2$ de l'équation précédente, ce qui la réduit à

$$f = 2d.$$

On établirait un calcul analogue pour trouver le coëfficient cubique, et l'on trouverait

$$h=3d.$$

Connaissant le coëfficient moyen de dilatation linéaire d'une substance, il suffit donc de le doubler pour avoir le coëfficient superficiel, et de le tripler pour avoir le coëfficient cubique. On voit ainsi que la connaissance de la dilatation linéaire suffit pour résoudre les problêmes que l'on peut se proposer sur les variations superficielles et cubiques déterminées dans les corps par les diverses températures auxquelles ils peuvent être soumis, et que l'on peut employer à ces sortes de calculs le système des trois équations:

$$l'=l(1+dt)\ldots(5)\ s'=s(1+2dt)\ldots(6)\ v'=v(1+3dt)\ldots(7);$$

mais il ne faut pas oublier que lorsqu'on établit que la dilatatation superficielle d'un corps est le double de la dilatation linéaire, et que la dilatation cubique en est le triple, on doit entendre que l'unité de surface ou de volume prise à zéro reçoit, pour chaque degré de l'échelle thermométrique, un accroissement dont la valeur est le double ou le triple du nombre qui exprime le coëfficient de la dilatation linéaire, considéré comme un nombre qui représenterait une surface ou un volume. Par exemple, pour le zinc on trouve à peu près $d=0{,}00003$; c'est-à-dire que pour 1° le mètre de zinc se dilate de $0^{\text{m}},00003$. Le mètre carré de zinc se dilatera donc de $0^{\text{m. c.}},00006$ et le mètre cube de $0^{\text{m. cube}},00009$, ce qui exprime 60 millimètres carrés et 90 centimètres cubes.

La formule (2) du § 525 pourra être également appliquée aux dilatations de surface et de volume, en y remplaçant d par $2d$ et $3d$.

§ 527. *Applications numériques des formules relatives à la dilatation des solides.* — 1° La longueur d'une tige de fer à 0° est égale à $1^{\text{m}},75$; quelle sera sa longueur à la température de 15°?

La formule (5) donne

$$l' = 1^m,75\,(1 + 15 \times 0,000012205) = 1^m,75032.$$

2° La longueur d'une tige de cuivre à 15° est égal à 1^m quelle serait sa longueur à 0°?

La formule (5) donne

$$l = \frac{1}{1 + 15 \times 0,000017173} = 0^m,999742.$$

3° La longueur d'une tige de platine à 15° est égale à 1^m; quelle sera sa longueur à 100°?

La formule (2) donne

$$l = \frac{1 + 0,000008565 \times 100}{1 + 0,000008565 \times 15} = 1^m,000727.$$

4° Trouver le rayon d'une sphère de cuivre à la température de 100°, lorsqu'on sait que sa valeur à 0° est égale à 5 centimètres.

La formule (5) donne

$$l' = 5\,(1 + 0,000017173 \times 100) = 5,0085865.$$

La surface de la sphère à 0° est égale à $4\pi l^2$ ou $4\pi \times 5^2$ ou enfin 314,15926. Pour trouver ce qu'elle devient dans les mêmes circonstances, la formule (6) donne

$$s' = 4\pi\, 5^2 (1 + 2 \times 0,000017173 \times 100) = 315,2382716.$$

$$\text{Le volume de la sphère à } 0° = \frac{4}{3}\pi\, l^3 = 523,5987761.$$

Pour trouver ce qu'il devient à 100°, la formule (7) donne

$$v' = \frac{4}{3}\pi . 5^3 (1 + 3 \times 0,000017173 \times 100) = 526,2963046.$$

§ 528. *Application des principes précédents à quelques exemples.* — On a mis à profit, dans les arts industriels, la connaissance des nombres qui représentent les dilatations des corps. C'est ainsi qu'on est parvenu, au moyen de tirants en fer préalablement chauffés, puis bandés au moyen d'un écrou et refroidis, à rapprocher et à remettre dans la ver-

ticale les murs du Conservatoire des arts et métiers de Paris. C'est encore ainsi que l'on a consolidé la coupole de Saint-Pierre de Rome, à l'aide d'un cercle de fer; qu'on unit entre elles les jantes des roues de voiture, et qu'on *frette* une foule de corps, en les enveloppant avec force de bandes de fer placées à chaud. On conçoit en effet que le métal, venant à se refroidir et tendant à rentrer sur lui-même, fait effort contre les obstacles qu'on lui a présentés, de la même manière que s'il avait été réellement allongé par une forte traction.

En se rappelant la dilatabilité des métaux, on évitera une foule de fautes dans les constructions. On évitera, par exemple, de sceller à leurs extrémités des barres d'une certaine longueur, et dont le raccourcissement ou l'allongement serait nuisible; on laissera à toutes les pièces le jeu et la liberté nécessaires.

Ces précautions sont particulièrement indispensables dans l'établissement des tuyaux de conduite. Pour prévenir la rupture de la ligne de tuyaux fixée par ses deux extrémités d'une manière invariable, on dispose, à divers intervalles, des *tuyaux compensateurs*, dont l'un des bouts entre à frottement doux dans le tuyau suivant, et dont l'autre bout est fixé au précédent; de cette manière le compensateur se trouve plus ou moins recouvert dans les variations de température; mais le système total ne change pas de longueur apparente.

Les diverses portions des ponts en fer sont assemblées d'une manière analogue.

Soit proposé de trouver quel est l'effort de traction qui serait exercé par une barre de fer de 5^{m} de longueur, $0^{m},06$ de largeur et $0^{m},03$ d'épaisseur, contre deux supports invariables dans lesquels ses extrémités auraient été solidement encastrées, à la température de 25°, lorsque cette même température vient ensuite à s'abaisser à 10° au-dessous de 0°, c'est-à-dire diminue, en totalité, de 35°. La dilatation de la barre sera égale à

$$l\,d\,t \text{ ou } 5^{m} \times 0{,}0000122 \times 35;$$

et, comme les contractions et dilatations correspondantes aux mêmes abaissements ou élévations de température, sont égales, on voit que

$$5^{m} \times 0{,}0000122 \times 35$$

sera aussi l'accourcissement que tendrait à prendre la barre, si elle était parfaitement libre. Mais, par hypothèse, elle reste allongée de cette quantité, par suite de la résistance des supports; elle les sollicitera donc en vertu d'un certain effort qu'on trouvera par la formule (1) du § 310, attendu que l'allongement dont il s'agit ne dépasse pas la limite d'élasticité naturelle du fer. Faisant

$$A = 0{,}06 \times 0{,}03;\ E = 20\,000\,000\,000;$$

$$l = 5 \times 0{,}0000122 \times 35;\ L = 5;$$

on trouve

$$P = \frac{EAl}{L} = 15327 \text{ kil.}$$

§ 529. *Pendule compensateur.* — Pour que les oscillations d'un pendule composé soient toujours d'égale durée, il faut, entre autres choses, que la distance de son centre de gravité au point de suspension soit une quantité invariable; or, lorsque la tige de cet appareil est formée d'une seule règle métallique, les variations de température du milieu dans lequel il se trouve placé, doivent altérer la distance dont il s'agit, en éloignant ou en rapprochant la lentille de l'axe de suspension. Le temps de l'oscillation du pendule devient donc plus grand ou plus petit, et l'on conçoit combien cet inconvénient est grave, lorsque le pendule doit servir à mesurer le temps avec précision. La manière la plus usitée de remédier à cet inconvénient, consiste à employer un *compensateur à châssis* qui est introduit dans l'appareil pour produire l'invariabilité de la distance du centre de gravité à l'axe de suspension.

abcd, (*fig.* 281.), est un châssis de fer rectangulaire, formé par quatre tiges de fer. Sur le côté inférieur *cd* s'élèvent, parallèlement aux côtés *ca* et *bd*, les deux tiges de cuivre $c'a'$, $d'b'$ d'égale longueur; elles sont liées par une règle $a'b'$ qui supporte un système en fer $a''b''c''d''$, semblable au précédent, lequel en soutient un analogue en cuivre; au côté horizontal *m* de celui-ci se trouve fixée la tige du pendule qui supporte la lentille; l'axe de suspension est lié au côté horizontal *ab*, par la tige de fer *kn*. Il est aisé de concevoir que la dilatation des tiges de fér fera *descendre* le centre de gravité et que celle des tiges de cuivre le fera *monter*; par conséquent on voit qu'il est possible de déterminer les longueurs des tiges de ces deux métaux pour que la compensation soit exacte.

Le point *g* étant le centre d'oscillation du pendule, si on appelle respectivement f, f', f'' les longueurs des tiges en fer $ac+kn$, $a''c''$ et mg; c, c' celles des tiges de cuivre $a'c'$, $a'''c'''$; d le coëfficient moyen de la dilatation linéaire du fer et d' celui du cuivre, on voit que, dans le cas où la compensation sera établie, la quantité dont le centre d'oscillation descendra par la dilatation des tiges de fer, devra être égale à celle dont il remontera par celle des tiges de cuivre: pour une température t, la première aura pour valeur

$$dtf+dtf'+dtf'', \text{ § 525, ou } dt(f+f'+f'');$$

l'expression de la seconde sera de même $d't(c+c')$. Donc on a

$$dt(f+f'+f'')=d't(c+c');$$

d'où l'on tire

$$d(f+f'+f'')=d'(c+c');$$

Or, si l'on nomme k la distance gk du centre d'oscillation à l'axe de suspension, on voit que la figure donne évidemment:

$$k=f-c+f'-c'+f'',$$

d'où l'on tire

$$f+f'+f''=k+c+c';$$

par conséquent l'équation précédente devient

$$d(k+c+c')=d'(c+c').$$

Or, par les tables des dilatations linéaires des métaux, on peut voir que $d'=\frac{5}{3}d$ à très-peu près; alors l'équation précédente donne

$$d(k+c+c'=\frac{5}{3}d(c+c')$$

ou

$$c+c'=\frac{3}{2}k;$$

et par suite

$$f+f'+f''=k+c+c'=\frac{5}{2}k.$$

On voit donc que la compensation sera établie, dans le cas du système précédent, en donnant à la somme des tiges de cuivre une longueur égale à trois fois et demie la distance de l'axe de suspension au centre de gravité de la lentille qui peut être considéré comme le centre d'oscillation.

On doit observer ici que la longueur d'un pendule n'est pas le seul élément qui influe sur la durée de son oscillation, et quoiqu'il soit le plus important, il est nécessaire de ne pas négliger de le régler, en le faisant osciller dans des étuves dont la température sera plus ou moins élevée.

§ 530. *Formules relatives à la dilatation des gaz.* — La formule (2) du § 525 devient applicable aux gaz, lorsque d y exprime le coëfficient moyen de dilatation cubique de ces derniers dont la valeur est 0,00375. En le désignant par k, et en appelant v et v' les volumes occupés par une même masse de gaz aux températures t et t', on aura

$$\frac{v}{v'}=\frac{1+kt}{1+kt'}.$$

Il faut pourtant remarquer ici que cette formule ne pourra être employée que dans l'hypothèse où la tension des gaz eu égard à la pression qu'ils supportent, est restée la même quand on a mesuré les deux volumes v et v'. S'il en était autrement, il faudrait modifier la formule en se rappelant, § 421, que les volumes des gaz sont inversement proportionnels aux pressions qu'ils supportent, quand la température est supposée constante pendant la durée des expériences. Si donc nous désignons par v le volume d'un gaz à la température t et mesuré sous la pression p, par v' le volume de cette même quantité de gaz, lorsqu'elle est mesurée sous la pression p' et à la température t', par k le coëfficient 0,00375, et enfin par V le volume qu'occuperait ce même gaz s'il était soumis à la température t et à la pression p', on aura entre v et V d'une part, et en vertu de la loi de Mariotte, puisque la température est la même,

$$\frac{v}{V}=\frac{p'}{p};$$

d'autre part, la formule (2) modifiée comme nous venons de le faire au commencement de ce paragraphe, nous donne entre v' et V, puisque la pression est la même,

$$\frac{V}{v'}=\frac{1+kt}{1+kt'}.$$

Multipliant terme à terme, il vient

$$\frac{v}{v'}=\frac{p'(1+kt)}{p\,(1+kt')}. \quad . \; . \; . \; (a).$$

Cette formule nous fera connaître le volume d'un gaz soumis à la température t et à la pression p, lorsqu'on connaîtra son volume à une autre température t' et sous une autre pression p'.

On se sert souvent de cette formule pour ramener le volume d'un gaz à ce qu'il serait sous la pression et la température normales.

Application : Soit proposé de trouver le volume d'un

gaz à 0° et sous la pression 76°, lorsque son volume est de $\overset{\text{litre}}{1,35}$ sous la pression 73°, 2 et à la température de 15°.

On fera dans la formule

$$v'=1,35\,;\; p'=73,2\,;\; t'=15\,;\; t=0\,;p=76.$$

Ces substitutions donnent

$$v=\overset{\text{litre}}{1,231}.$$

On peut déduire de (a) une formule pour trouver la densité de l'air atmosphérique ou le poids d'un mètre cube de cet air à une température et à une pression données. En effet, si l'on nomme d et d' les densités de l'air lorsqu'il occupe les volumes v et v', le poids de cet air dans ces deux circonstances pourra être exprimé à la fois par $v\,d$ et $v'd'$, de sorte qu'on aura

$$v\,d=v'\,d'\,;\ \text{d'où}\ \frac{v}{v'}=\frac{d'}{d}.$$

Substituant dans (a), il vient

$$\frac{d'}{d}=\frac{p'}{p}\,\frac{(1+k\,t\,)}{(1+k\,t')}. \;\ldots\; \text{(b)}.$$

Le poids d'un mètre cube d'air à 0° et à 76^c est $\frac{1}{770}$ du poids d'un mètre cube d'eau, ou $\frac{1}{770}$ de 1000^k, ou $\frac{1000^k}{770}$, ou enfin

$$1^k,2987=d\,;\; t=o\,;\; p=10330^k\,;$$

on aura donc

$$d'=\frac{1,2987.p'}{10330\,(1+k t')};$$

ou bien, en supprimant les accents, et désignant par n le rapport $\frac{p'}{10330}$ de la tension de l'air à la pression atmosphérique prise pour unité,

$$d=\frac{1,2987.\,n}{1+0,004\,t}. \;\ldots\; \text{(c)}.$$

Le coëfficient k a été remplacé ici par 0,004 au lieu de 0,00375, afin de tenir compte de l'humidité que l'air renferme toujours. La vapeur d'eau à égalité de tension, pèse moins que l'air atmosphérique; de là la nécessité de diminuer la densité du gaz.

Soit proposé de trouver le poids d'un mètre cube d'air à la pression d'une atmosphère un quart à la température de 10°. On a

$$d = \frac{1,2987.\ 1,25}{1+0,004.\ 10} = 1^k,5609.$$

Soit proposé de trouver le poids d'un mètre cube d'air indiquant une tension de $0^m,19$ de mercure au manomètre d'une machine soufflante, la température étant 10°. On a ici

$$n = \frac{1033+19.\ 13,598}{1033};\quad t = 10°.$$

Substituant, on trouve encore

$$d = 1^k,5609.$$

§ 531. *Capacité des corps pour le calorique.* — Lorsqu'on élève des corps différents à la même température, on trouve que les quantités de calorique qu'il est nécessaire d'accumuler dans leur masse pour produire ce phénomène, sont elles-mêmes différentes, et l'on s'en assure à l'aide de la glace que l'on fait fondre à ces corps en abaissant leur température d'un nombre de degrés convenu, d'un degré par exemple. Cette propriété, qui constitue la *capacité* des corps pour le calorique, est d'une grande importance à cause des résultats auxquels son étude conduit, car, en cherchant les quantités relatives de chaleur qu'il faut communiquer aux corps pour produire un phénomène donné, on acquerra ainsi les moyens de comparer les quantités de combustible qu'il faut employer dans les mêmes circonstances.

§ 532. *Calorique spécifique.* — On ne saurait en effet vouloir déterminer les quantités absolues de calorique que l'on introduit dans les corps, ou qui en sont expulsées, dans des circonstances données, car on ne peut parvenir à priver

entièrement de calorique aucun corps connu ; mais on peut se proposer de déterminer les *rapports* de ces quantités. Nous venons de dire que c'était en comparant les quantités de glace à 0° fondue par ces corps, que l'on était parvenu à trouver les nombres qui expriment ces rapports. On appelle en effet *calorique spécifique* d'un corps la quantité de glace à 0° que fond un kilogramme de ce corps en passant de la température de 1° à la température de 0°. Cette quantité n'est pas la même pour tous les corps. On a trouvé pour l'eau $\frac{1}{75}$; c'est-à-dire qu'un kilogramme d'eau à 1°, en passant à 0°, fond $\frac{1}{75}$ de kilogramme de glace. D'où il suit immédiatement que, si l'on mêle un kilogramme d'eau à 75° à un kilogramme de glace solide à 0°, le mélange deviendra liquide, et sa température sera 0°.

§ 533. *Méthode des mélanges.* — On détermine les nombres qui expriment le calorique spécifique des différents corps à l'aide du *calorimètre.* Mais on peut y parvenir encore par un procédé qui porte le nom de *méthode des mélanges.* Par cette méthode on mêle deux corps quelconques pris à des températures différentes, et l'on établit une relation entre leurs caloriques spécifiques, en déterminant les quantités de chaleur gagnées par l'un et perdues par l'autre dans l'acte du mélange, et en égalant ces quantités. Soit donc P le poids d'un corps, t sa température, et c son calorique spécifique. Soit de même P' le poids d'un autre corps n'ayant *aucune action chimique directe* sur le premier, et susceptible d'être mis en contact parfait avec lui ; t' sa température et c' son calorique spécifique. Après qu'on aura mêlé ces deux corps, leur mélange aura une température T; de sorte que le premier corps aura perdu en température un nombre de degrés marqué par t — ,et l'autre aura gagné $T - t'$. Or, si le calorique spécifique du premier corps est c, c'est-à-dire si 1^k de ce corps est susceptible de fondre c^k de glace à 0° en abaissant sa température de 1°, en

abaissant sa température de $t - T$, il serait susceptible de fondre une quantité de glace égale à $(t - T)\,c$, et P^k de ce corps une quantité égale à $P\,(t - T)\,c$. Cette dernière expression peut donc servir à représenter la quantité de chaleur perdue par le premier corps. On trouverait de la même manière que la quantité de chaleur gagnée par le second peut être représentée par $P'\,(T - t')\,c'$. Si nous admettons qu'il n'y a pas eu de chaleur perdue dans l'acte du mélange, on pourra poser l'égalité

$$P\,(t - T)\,c = P'\,(T - t')\,c' \ldots\ldots (1)$$

d'où l'on tire

$$\frac{c}{c'} = \frac{P'\,(T - t')}{P\,(t - T)} \ldots\ldots (2).$$

Le premier membre de cette dernière équation exprime le rapport entre les capacités des deux corps; le second est sa valeur déduite des observations. Si les quantités P', c', t' du second corps, sont relatives à l'eau, $c' = \frac{1}{75}$, et il vient

$$c = \frac{P'\,(T - t')}{P\,(t - T)} \cdot \frac{1}{75}$$

qui donnerait le calorique spécifique c d'un corps quelconque, lorsqu'on le mêle à l'eau prise pour second corps.

Si l'on veut prendre le calorique spécifique de l'eau pour unité, on fera alors $c' = 1$ dans (2), et l'on aura

$$c = \frac{P'\,(T - t')}{P\,(t - T)}.$$

Dans cette dernière hypothèse, voici les calorifiques spécifiques de quelques corps entre 0° et 100°.

Eau	1,0000
Bismuth	0,0288
Plomb	0,0293
Or	0,0298
Platine	0,0314
Mercure	0,0330
Etain	0,0514

Argent	0,0557
Zinc.	0,0927
Cuivre.	0,0949
Nickel.	0,1055
Fer	0,1100
Cobalt	0,1498
Soufre.	0,1880

au-delà de 100°, les capacités des corps ne sont plus constantes, et paraissent s'élever avec la température.

§ 534. *Usages des nombres qui expriment les capacités calorifiques des corps.* — La connaissance des calorifiques spécifiques des corps peut conduire à la détermination approchée des quantités de combustible nécessaires pour élever des quantités égales de corps différents à la même température. En effet, ces quantités de combustible doivent être proportionnelles aux caloriques spécifiques de ces corps. Ainsi, le rapport de ces quantités pour le soufre et le mercure serait

$$\frac{c}{c'}=\frac{0,188}{0,033}=6 \text{ à peu près.}$$

Il faudrait donc 6 fois plus de chaleur, et par conséquent 6 fois plus de combustible, pour élever une masse de soufre à une température quelconque, que pour élever à cette température la même masse de mercure.

En supposant que les capacités des corps soient constantes dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, on peut employer la formule (1) du § 533 à la détermination des températures élevées. Quoique les nombres ainsi déterminés n'aient pas une grande précision, ils donnent pourtant une idée suffisante de la température des corps. En tirant de cette formule la valeur de t, on trouve

$$t=\frac{P'c'(T-t')}{Pc}+T.$$

Supposons qu'une masse de fer ayant une température

inconnue pèse $P = 2^k, 541$; on la plonge dans une masse d'eau dont le poids est $P' = 10^k,22$ et la température $= 16°, 8$; après l'immersion, celle des deux corps est $T = 63°,8$; on sait d'ailleurs que $c = 0,1100$ et $c' = 1$. La substitution de ces nombres donne

$$t = 1750°, 6;$$

ce qui donne la température à laquelle le fer est sur le point d'entrer en fusion. Ce nombre ne doit évidemment être considéré que comme une approximation, qui est compliquée de plusieurs causes d'erreur.

La même formule donne pour la température du mélange de deux substances

$$T = \frac{Pct + P'c't'}{Pc + P'c'}.$$

§ 535. *Du calorique latent.* — Nous avons déjà fait observer, § 522, que dans le passage d'un solide à l'état liquide, ou pendant l'ébullition d'un liquide, le thermomètre demeurait stationnaire, tant qu'il y avait du corps à fondre ou du liquide à vaporiser. La conséquence de ce phénomène est que la chaleur fournie au solide pour le liquéfier, ou au liquide pour le vaporiser, est uniquement employée à opérer le changement d'état de ces corps, et n'élève en aucune façon leur température, au-delà du point de fusion de l'un, au-delà du point d'ébullition de l'autre.

Cette quantité de chaleur qu'absorbe un corps pendant son changement d'état, a reçu le nom de *calorique latent ;* et l'on donne le nom de *calorique sensible* à la chaleur qui affecte le thermomètre.

Lorsqu'un corps, au contraire, passe de l'état gazeux à l'état liquide, ou de ce dernier état à l'état solide, il restitue le calorique qu'il avait absorbé à l'état latent pour se constituer ou gaz ou liquide. Cette quantité de calorique affecte alors le thermomètre, et elle doit être la même que la quantité primitivement absorbée. D'où il résulte qu'il se

présente deux moyens de calculer le calorique latent d'un corps, ou chercher le calorique absorbé lorsqu'il passe de l'état solide à l'état liquide, ou bien calculer celui qu'il restitue lorsqu'il revient de l'état liquide à l'état solide. Il en est de même pour la quantité de chaleur absorbée par un corps pour prendre l'état de vapeur. Elle est égale à celle qui est rendue libre lorsque la vapeur reprend l'état liquide.

Il y a donc deux sortes de calorique latent, celui de liquidité et celui de vaporisation. On appelle *calorique latent de liquidité* d'un corps la quantité de chaleur absorbée par un kilog. de ce corps pour se constituer liquide, et *calorique latent de vaporisation* celle qui est absorbée par un kilogramme de ce corps lorsqu'il passe de l'état liquide à l'état gazeux.

La connaissance de ces quantités pour certains corps est d'une grande importance, car elles pourront nous donner la mesure de la quantité de combustible nécessaire pour opérer le changement d'état de ces corps. Le nombre qui représente le calorique latent de la vapeur d'eau nous étant particulièrement nécessaire pour l'étude de cette vapeur appliquée aux machines, nous traiterons seulement la question pour l'eau, mais la marche à suivre pour déterminer le calorique latent d'un autre corps sera absolument la même.

§ 536. *Calorie. Calorique latent de la glace et de la vapeur d'eau.* — On appelle *calorie* la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température d'un kilogramme d'eau.

Il résulte de cette définition que pour exprimer la quantité de chaleur renfermée dans un certain poids p d'eau, ayant la température t, il faut multiplier p par t, ce qui donne pt calories. En effet, si l'on a 15 kilogrammes d'eau à la température de 10°, la quantité de chaleur renfermée dans cette masse d'eau, si on l'appliquait à un seul kilogramme d'eau, pourrait l'élever 15 fois à la température de 10°, ou bien pourrait élever sa température à 150°.

Cette quantité de chaleur élèverait donc 150 fois la température d'un kilogramme d'eau d'un degré, on possèderait donc 150 fois ce que nous avons appelé calorie, ou 150 calories.

1° Proposons-nous d'abord de trouver la chaleur latente de la glace, c'est-à-dire celle qu'elle absorbe pour se constituer liquide à 0°. Nommons p le poids d'une certaine quantité de glace à 0°. Plongeons-la dans de l'eau à la température t', dont le poids soit p'. Après la fusion de la glace, il y aura $p+p'$ d'eau ayant une certaine température t''. Nommons x le nombre de degrés du thermomètre dû au calorique latent de la glace, c'est-à-dire celui dont s'élèverait un kilogramme d'eau liquide à zéro, si on lui communiquait toute la chaleur nécessaire pour fondre un kilogramme de glace. Cela posé, nous ferons remarquer que la chaleur gagnée par les p^k de glace doit être égale à celle qui a été perdue par l'eau. Or, chaque unité de p a été portée à la température t''; donc la glace a acquis déjà une quantité de chaleur égale à pt'', c'est-à-dire, pour le répéter encore, que si l'on appliquait cette chaleur à 1 d 'eau, elle élèverait sa température de pt'' degrés. Ainsi, la chaleur sensible absorbée par la glace après sa fusion, depuis 0° jusqu'à t'' est égale à pt'' calories. Mais, pour se constituer liquide, chacune de ces unités de poids a absorbé x; donc le poids p a absorbé px calories. La quantité totale de chaleur absorbée par la glace est donc $p\ (t''+x)$. D'un autre côté, la masse d'eau p' a perdu en température $t'-t''$, et en calories $p'\ (t'-t'')$. Egalant ces deux quantités, il vient

$$p\ (t''+x)=p'\ (t'-t'').$$

D'où l'on tire

$$x=\frac{p'\ (t'-t'')-p\,t''}{p}.$$

Par exemple, on a fait cette expérience : un kilogramme de glace a été mêlé avec 5^k d'eau à 27°, et après la fusion de la glace, le mélange avait une température égale à 10°;

la substitution donne $x = 75$. Ce nombre a déjà été trouvé, § 532; car nous avons vu que si l'on mêle un kilogramme de glace à 0° avec un kilogramme d'eau à 75°, on obtient deux kilogrammes d'eau liquide à 0°. Il a donc fallu employer 75 calories pour fondre un kilogramme de glace.

Ainsi, soit qu'on dise que le calorique latent de liquidité de la glace est de 75°, ou de 75 calories, cela veut également dire que la chaleur employée à opérer la fusion d'un kilogramme de glace, en laissant sa température à 0°, serait capable d'élever un kilogramme d'eau à la température de 75°, ou 75 kilogrammes d'eau à la température de 1°.

2° Pour déterminer le calorique latent de vaporisation de l'eau, on peut s'y prendre de la manière suivante : on fera vaporiser un certain nombre p de kilogrammes d'eau, et on fera condenser cette vapeur par un nombre p' de kilogrammes d'eau à la température t'. Le mélange s'élèvera à la température t''. Alors, on pourrait opérer comme précédemment, estimer la quantité de chaleur perdue par l'un des corps, celle gagnée par l'autre, et égaler ces deux quantités. Mais on peut encore parvenir à la mise en équation du problême en estimant les quantités de chaleur renfermées dans les deux substances mélangées, avant et après leur mélange, et égaler ces quantités. Nous prendrons cette dernière méthode pour donner un exemple de chacune d'elles.

Les p^k d'eau, pour se constituer vapeur, ont été élevés d'abord à la température de 100°; donc ils contiennent $100p$ calories. Mais, de plus, la transformation en vapeur a fait absorber une quantité de chaleur égale à px, si l'on désigne par x le nombre de degrés dont s'élèverait un kilogramme d'eau à 100°, maintenu liquide, si on lui communiquait toute la chaleur nécessaire pour le vaporiser. La chaleur totale renfermée dans la vapeur d'eau est donc $p\,(100 + x)$. Celle qui est renfermée dans les p' kilogr. d'eau à t' degrés est égale à $p'\,t'$, on aura donc $p\,(100 + x) + p'\,t'$ pour la chaleur avant le mélange. La vapeur s'étant condensée, a

produit une quantité d'eau $p+p'$ à la température t'', qui renferme $(p+p')\,t''$ calories. On aura donc

$$p\,(100+x)+p'\,t'=(p+p')\,t''.$$

Cette équation donne :

$$100+x=\frac{(p+p')\,t''-p'\cdot t'}{p}.$$

Par exemple, une expérience a donné les nombres suivants : $p=5^g$ de vapeur d'eau se liquéfiant dans $p'=1000^g$ d'eau à $t'=11°,925$, ont porté sa température à $t''=15°$. La substitution donne $100+x=630°$ d'où $x=530°$. Ces expériences comportent de nombreuses erreurs. On peut prendre 550°, ou 550 calories pour la valeur moyenne du calorique latent de vaporisation de l'eau.

Ce nombre fait voir que si un poids donné d'eau à 100° recevait toute la chaleur qui le convertirait à l'état gazeux, sa température s'élèverait à 650°, s'il conservait toujours l'état liquide; la transformation en vapeur exige donc une quantité de calorique telle que si elle était accumulée dans cette eau toujours liquide, sa température s'élèverait de 550°, tandis qu'elle ne change pas quand on permet sa réduction libre en fluide élastique. On dit donc que le calorique latent de la vapeur d'eau est de 550 calories.

§ 537. *Évaporation.* — Lorsqu'une masse liquide communique librement avec un espace vide, ou occupé par un gaz, elle s'y répand constamment à l'état de vapeur, et l'on donne à ce phénomène le nom d'*évaporation.*

La quantité de vapeur qui se forme dans l'espace dont il s'agit dépend de sa grandeur, de sa température, de la nature du liquide..... L'espace dans lequel se développe la vapeur est dit *saturé*, lorsque la quantité qu'il en contient n'augmente plus, toutes choses demeurant les mêmes.

Les vapeurs deviennent plus abondantes lorsqu'on chauffe la masse liquide, et enfin, lorsque la température est suffisante, les vapeurs se forment dans le sein de cette masse, et produisent le phénomène auquel nous avons donné le nom d'ébullition.

Ainsi, le phénomène de l'ébullition se manifeste lorsque la force expansive des vapeurs fait équilibre à la pression atmosphérique, et, comme nous l'avons déjà dit, § 521, cette pression peut servir de mesure à cette force expansive à la température correspondante au point d'ébullition.

L'évaporation a lieu à toutes les températures dans le vide et dans les gaz. La seule différence que présente la production de la vapeur dans ces deux circonstances, c'est que dans le vide elle est instantanée, puisqu'elle n'a pas d'obstacle à vaincre, tandis que dans les gaz, elle peut être plus ou moins lente, suivant leur force élastique.

L'expérience démontre que la simple variation de la température ou de la pression suffit souvent pour ramener une vapeur à l'état liquide. On prend pour cela un tube *a b c*, (*fig.* 282), contourné comme on le voit. Ce tube est ouvert en *a*, et l'on peut le remplir de mercure de manière à n'y laisser qu'une petite quantité d'air vers *a*. On achève alors de le remplir avec un liquide facilement évaporable, et on le renverse de manière à loger la petite quantité de liquide en *c*. Cela fait, on vide la branche *ab*, et l'on réduit le liquide *c* en vapeur. Alors on remarque qu'il est possible de ramener cette vapeur à l'état liquide, soit en plongeant le tube dans une source de froid, soit en versant du mercure dans la branche *ab*, et laissant la branche *bc* dans la source de chaleur.

§ 538. *Les propriétés des gaz sont applicables aux vapeurs.* —Aussi, les propriétés des gaz, eu égard aux changements de volume opérés par la pression ou par les variations de température, ne sont-elles pas toujours applicables aux vapeurs. Par exemple, les volumes des vapeurs sont inversement proportionnels aux pressions qu'ils supportent, lorsque ces pressions sont incapables de les liquéfier; et les dilatations et les contractions cubiques des vapeurs ne sont proportionnelles à la température, que lorsque l'abaissement de température n'a pas été capable de produire le même phénomène. Toutes les propriétés des gaz seront donc applicables aux vapeurs avec cette restriction.

§ 539. *Vaporisation des liquides en vase clos.* — Examinons maintenant la manière dont s'opère la vaporisation des liquides lorsqu'on développe les vapeurs en vase clos, et supposons qu'il soit question de la vapeur d'eau dont nous devons traiter exclusivement. Les vapeurs qui se forment continuellement dans un vase clos, s'accumulent dans la partie supérieure du vase, et produisent une atmosphère artificielle qui pèse de plus en plus sur le liquide, et retarde aussi continuellement son ébullition. En donnant issue à la vapeur, comme on le fait dans les machines à vapeur, ou en la condensant par le refroidissement, l'ébullition se manifesterait aussitôt, et il se formerait de nouvelles vapeurs. En fermant l'issue ou en arrêtant la condensation, les vapeurs s'accumuleraient de nouveau, et suspendraient bientôt l'ébullition et la vaporisation.

§ 540. *Mesure de la force élastique des vapeurs à saturation à toutes températures.* — La tension de la vapeur qui se forme dans un vase clos croît avec une grande rapidité à mesure que la température s'élève; quelle que soit la résistance de ce vase, il ne tarderait pas à se briser, si la température n'était pas limitée.

Pour déterminer la force élastique de la vapeur d'eau à la température ordinaire, on prend un tube barométrique ordinaire, que l'on remplit de mercure, en laissant un petit espace pour y mettre de l'eau. Puis, on retourne le tube en tenant son extrémité bouchée avec le doigt, et on le plonge dans un bain de mercure. L'eau parvient au sommet du tube, et à l'instant où l'on retire le doigt, le vide se forme dans le tube, les vapeurs se développent instantanément et sans ébullition, et dépriment la colonne de mercure. La différence entre la hauteur indiquée par ce baromètre et celle donnée par le baromètre ordinaire voisin de l'appareil, est la mesure de la force élastique de la vapeur à la température à laquelle on opère. Nous supposons, dans cette expérience, que l'on a introduit dans le tube un excès de liquide, de manière que l'espace soit saturé.

On doit faire sur cette expérience les remarques suivantes : Si l'on enfonce le tube dans le bain, ce qui tend à diminuer la longueur de la *chambre* barométrique occupée par la vapeur, on peut s'assurer que la tension de la vapeur n'éprouve aucune variation, car, quoique le mercure s'élève dans le tube, sa hauteur au-dessus du niveau reste invariable, et par conséquent la différence de cette hauteur et de la hauteur barométrique reste également invariable. Si l'on soulève le tube, ce qui revient à augmenter la chambre, la tension reste encore la même. Dans le premier cas une partie de la vapeur est condensée, et dans le second, il se forme de nouvelles vapeurs; de telle sorte que la nature de la vapeur de la chambre reste constamment identique à elle-même. Ainsi, nous pouvons conclure de là que 1° *Lorsqu'une vapeur est répandue dans un espace vide, et qu'elle est en contact avec le liquide qui l'a produite, la tension de la vapeur est indépendante de la quantité du liquide.* 2° *Indépendante de la grandeur de cet espace.* 3° *La quantité de vapeur qui se développe est proportionnelle à cet espace.*

Il suit maintenant de la remarque que nous avons faite, § 538, que si la quantité d'eau était assez petite pour qu'en soulevant le tube, elle pût disparaître entièrement, à partir de ce point, si l'on soulève encore le tube, la vapeur se comportera comme un gaz permanent, et les volumes qu'elle occupera dans la chambre étant variables, les pressions varieront également en raison inverse de ces volumes, et la hauteur du mercure dans le tube ne restera donc pas constante.

Nous n'avons considéré ici que le cas où la température s'était maintenue la même pendant la durée des expériences. Mais lorsqu'on fait varier la température, en entourant le tube et le baromètre ordinaire d'un manchon dans lequel on peut chauffer une huile fixe, on reconnaît encore que, pour les températures sensiblement supérieures à la température ordinaire,

1° *Lorsqu'il n'existe dans la chambre que de la vapeur*

sans liquide, elle se dilate, quand la température croît, de la même manière que les gaz permanents.

2° *Lorsque le liquide est en excès, la tension de la vapeur croît avec la température, mais dans un rapport beaucoup plus grand que la tension d'un gaz permanent placé dans les mêmes circonstances.*

L'élasticité de la vapeur d'eau de 0° à 100° croît dans le rapport de 1 à 152, tandis que celle de l'air, dans le même intervalle, n'augmente que dans le rapport de 1 à 1,375.

Lorsqu'on porte le liquide de la chambre à la température de son ébullition, à 100° pour l'eau, le mercure descend alors au niveau de la cuvette, et la tension de la vapeur est de 76^c ou égale à la pression atmosphérique. Le même appareil ne peut donc plus servir pour mesurer les tensions correspondantes aux températures supérieures à 100°. On emploie alors d'autres dispositions, à l'aide desquelles on trouve que les lois énoncées plus haut ont encore lieu lorsque la tension de la vapeur est supérieure à celle de l'atmosphère.

Lorsqu'un espace vide est ainsi saturé de vapeur, comme la tension de la vapeur n'augmente plus, si la température reste la même, on dit alors que la vapeur est à *l'état de saturation* ou *au maximum de tension et de densité.* Telle est la vapeur qui se forme dans les chaudières des machines à vapeur.

D'après ce qui précède, on voit donc que la force élastique de la vapeur à l'état de saturation ne dépend uniquement que de la température du liquide, et nullement de la capacité de l'espace fermé où elle se développe.

Des expériences ont été faites sur la vapeur d'eau par MM. Arago et Dulong, et ils ont pu vérifier les lois précédentes jusqu'à 24 atmosphères. Au-delà ils se sont servis d'une formule empirique qui représentait d'une manière suffisamment exacte les résultats de l'observation.

Le tableau suivant donne les températures auxquelles la vapeur a été soumise, les pressions correspondantes en at-

mosphères, en mètres de mercure, et en kilogrammes sur un centimètre carré. Jusqu'à 24 atmosphères, ces nombres sont le résultat de l'expérience, les autres sont déduits de la formule.

TABLE

Des forces élastiques de la vapeur d'eau, et des températures correspondantes, de 1 à 50 atmosphères.

TEMPÉRATURES en degrés centigrades.	TENSIONS EN atmosphères.	TENSIONS En colonne de mercure.	TENSIONS En kilog. sur un centimètre carré.
o		m	k
— 20	»	0,0013	0,0018
— 15	»	0,0019	0,0026
— 10	»	0,0026	0,0036
— 5	»	0,0036	0,0050
0	»	0,0050	0,0069
5	»	0,0069	0,0094
10	»	0,0095	0,0129
15	»	0,0128	0,0170
20	»	0,0173	0,0235
25	»	0,0231	0,0314
30	»	0,0306	0,0418
35	»	0,0404	0,0549
40	»	0,0530	0,0720
45	»	0,0687	0,0934
50	»	0,0887	0,1205
55	»	0,1137	0,1544
60	»	0,1447	0,1965
65	»	0,1827	0,2482
70	»	0,2290	0,3112
75	»	0,2831	0,3963
80	»	0,3521	0,4783
85	»	0,4317	0,5865
90	»	0,5253	0,7136
95	»	0,6343	0,8617
100	1	0,7600	1,0335
112,2	1 $\frac{1}{2}$	1,1400	1,5490

TEMPÉRATURES en degrés centigrades.	TENSIONS		
	EN atmosphères.	En colonne de mercure.	En kilog. sur un centimètre carré.
o		m	k
121,4	2	1,5200	2,066
128,8	2 1/2	1,9000	2,582
135,1	3	2,280	3,099
140,6	3 1/2	2,66	3,615
145,4	4	3,04	4,132
149,06	4 1/2	3,42	4,648
153,08	5	3,80	5,165
156,8	5 1/2	4,18	5,681
160,2	6	4,56	6,198
163,48	6 1/2	4,94	6,714
166,5	7	5,32	7,231
169,37	7 1/2	5,70	7,747
172,1	8	6,08	8,264
177,1	9	6,84	9,297
181,6	10	7,60	10,33
186,03	11	8,36	11,363
190,0	12	9,12	12,396
193,7	13	9,88	13,429
197,19	14	10,64	14,462
200,48	15	11,40	15,495
203,60	16	12,16	16,528
206,57	17	12,92	17,561
209,4	18	13,68	18,594
212,1	19	14,44	19,627
214,7	20	15,20	20,660
217,2	21	15,96	21,693
219,6	22	16,72	22,726
221,9	23	17,48	23,759
224,2	24	18,24	24,792
226,3	25	19,00	25,825
236,2	30	22,80	30,990
244,85	35	26,60	36,155
352,55	40	30,40	41,320
359,52	45	34,20	46,485
365,89	50	38,00	51,650

La formule qui lie la tension de la vapeur d'eau à saturation, à la température correspondante, est

$$n = (1 + 0{,}7153\,T)^5;$$

T désignant la 100ᵉ partie de l'excès de la température de la vapeur sur 100°, et n la force élastique en atmosphères.

Soit proposé de trouver la tension de la vapeur en atmosphères, à la température de 190°. On a

$$T = \frac{190 - 100}{100} = \frac{90}{100} = 0,\ 9.$$

On trouve

$$n = 12;$$

ce que donne le tableau.

§ 541. *Explications de quelques faits particuliers.* — Cette relation qui existe entre la tension de la vapeur et sa température fait voir que si l'on chauffe de l'eau dans une chaudière, et qu'on ne permette pas la sortie de la vapeur, la tension de cette vapeur croîtra ainsi que sa température et aussi celle de l'eau avec laquelle elle est en contact, et cette température sera la même pour l'eau et la vapeur. Alors, si l'on vient à établir la communication entre la vapeur et l'atmosphère, cette vapeur se dilatera, une portion de sa chaleur sensible passera à l'état de chaleur latente, et sa température s'abaissera au point qui correspond dans la table à sa nouvelle tension. De plus, l'atmosphère de la chaudière ayant diminué de tension, le liquide fournira une plus grande quantité de vapeur, et pour opérer cette transformation, comme le foyer est supposé communiquer la même quantité de chaleur à la chaudière, il faudra que l'eau de cette dernière emploie une portion de sa chaleur sensible pour vaporiser l'eau; sa température s'abaissera donc comme celle de la vapeur, et bientôt l'une et l'autre auront la température correspondante à la tension de l'air atmosphérique, c'est-à-dire 100°.

Il est facile d'expliquer par ce qui précède un fait singu-

lier que présente la vapeur qui s'échappe par la soupape de sûreté d'une chaudière. Si l'on place la main au milieu de ce jet, on éprouve une sensation de chaleur très différente, suivant que la vapeur est à basse ou à haute pression. Dans le premier cas la chaleur est insupportable, et l'on serait infailliblement brûlé, si l'on persistait à tenir la main dans le jet, même pendant un temps très court. Dans le second cas au contraire, la chaleur éprouvée est très supportable, la main peut séjourner impunément dans le jet, et la sensation est d'autant moins vive que la tension de la vapeur est plus forte : et pourtant alors dans ce cas la température de la vapeur est plus élevée que dans le premier cas où elle dépasse à peine 100°.

Lorsque la vapeur est à basse pression, elle a la même force élastique à peu près que l'air atmosphérique qu'elle déplace; elle conserve alors sa densité et sa température de 100°. Si la vapeur a au contraire une force élastique de plusieurs atmosphères, elle se dilate rapidement à la sortie, et une portion de sa chaleur sensible se change en chaleur latente; si cette dilatation s'arrêtait lorsque la tension serait devenue égale à la pression atmosphérique, la température du jet descendrait seulement à 100°; mais en vertu de la vitesse acquise par les molécules gazeuses, la dilatation dépasse cette limite, la vapeur se mélange à l'air, et sa température diminuant encore, s'abaisse d'autant plus que sa tension primitive était plus considérable. Or, il suffit que la température finale ne soit que de 30 à 40°, pour que la sensation qu'elle fait éprouver devienne supportable.

§ 542. *Mélange des vapeurs et des gaz.*—La propriété d'un mélange de gaz n'ayant aucune action chimique l'un sur l'autre, et que l'on trouve énoncée, § 428, est encore applicable au mélange des vapeurs et des gaz.

C'est en s'appuyant sur ce principe que M. Gay-Lussac a fait voir que la force élastique de la vapeur à saturation a une température donnée, et que par conséquent aussi sa densité était la même, que cet espace fût vide, ou occupé par un

ou plusieurs gaz. Ainsi, un espace limité étant en contact avec un liquide, et contenant un gaz, se sature de vapeur comme s'il était vide. Il n'y a d'autre différence que dans la rapidité avec laquelle s'opère cette évaporation, car elle se fait instantanément dans le vide, tandis que la vapeur emploie un certain temps pour se former dans un lieu déjà occupé par un fluide élastique.

§ 543. *Densité de la vapeur d'eau.*— On ne peut admettre, d'après M. Dulong, que les formules relatives aux gaz soient exactement applicables aux vapeurs à saturation. On ne doit donc voir que des résultats approchés dans les résultats que l'on obtient en cherchant la densité des vapeurs à saturation, et la déduisant de celle de la vapeur à 100°. Il se peut en effet que cette densité qui suit évidemment les lois de variation relatives aux gaz, lorsque la vapeur n'est pas saturée, se comporte tout autrement lorsqu'elle est à saturation. Toutefois, nous supposerons ici que ces formules sont applicables aux vapeurs, et nous commencerons par déterminer la densité de la vapeur d'eau à 100°.

Une expérience due à M. Gay-Lussac fait connaître que *le volume de vapeur à 100° fourni par un gramme d'eau, sous la pression de* $0^m,76$ *est de*

$$\overset{\text{litre}}{1,7}.$$

La densité absolue de la vapeur d'eau, c'est-à-dire le poids d'un litre de vapeur d'eau à 100° et à $0^m,76$ sera facile à déterminer; car, puisque $1^l,7$ de vapeur pèse un gramme, le poids d'un litre sera

$$\frac{1^{\text{r}}}{1,7} = 0^{\text{gr}},588.$$

Tel est le poids d'un litre de vapeur à 100°, et sous la pression de $0^m,76$.

Si l'on veut avoir cette densité relativement à l'air pris pour unité, il faudra trouver le poids d'un litre d'air mesuré dans les mêmes circonstances de température et de

pression, ce qui est facile; car, son poids à 0° est $\frac{1}{770}$ de l'eau; donc le poids d'un litre d'air à 0° est

$$\frac{1000^{gr}}{770}.$$

Mais, à 100°, le volume de l'air est devenu $1^{\text{litre}},375$, et il n'a pas changé de poids; le poids de $1^{l},375$ sera donc

$$\frac{1000^{gr}}{770}.$$

Donc le poids d'un litre d'air à 100° et à $0^{m},76$ sera

$$\frac{1000^{gr}}{770.\,1,375}=0^{gr},9444.$$

Divisant le poids $0^{gr},588$ d'un litre de vapeur à 100° par $0^{gr},9444$, poids d'un litre d'air à la même température, on aura

$$0,623$$

pour la densité de la vapeur d'eau à 100°, celle de l'air étant prise pour unité.

Pour déduire de ce qui précède la densité d'une vapeur à saturation à une température quelconque, nous prendrons la formule relative aux gaz

$$\frac{v'}{v}=\frac{p}{p'}\cdot\frac{1+kt'}{1+kt},$$

et nous remplacerons le rapport des volumes par le rapport inverse des densités. Il viendra :

$$\frac{d}{d'}=\frac{p}{p'}\cdot\frac{1+kt'}{1+kt}.$$

Si nous substituons dans cette formule à la place de d' la valeur 0,588 trouvée précédemment, à la place de t', 100°, et si nous tirons la valeur de d, nous aurons, tous calculs faits :

$$d = \frac{p}{p'} \cdot \frac{0,81}{1 + kt}.$$

Mais la tension p' de la vapeur a 100° est égale à une atmosphère. Le rapport $\frac{p}{p'}$ exprime donc le nombre d'atmosphères de tension de la vapeur donnée. En désignant ce nombre par n, il vient :

$$d = \frac{0,81 \cdot n}{1 + 0,00375\, t} \quad . \; . \; . \; (1).$$

Telle est la formule qui donne *la densité de la vapeur d'eau à saturation pour la température t, n étant le nombre d'atmosphères correspondant à cette température.*

Les deux quantités t et n sont d'ailleurs liées entre elles par la formule $n = (1 + 0,7153\, T)^5$ du § 540.

Il est à remarquer que dans la formule (1), d représente le poids en grammes d'un litre de vapeur, et par conséquent aussi le poids en kilogrammes d'un mètre cube de cette vapeur.

§ 544. — *Problèmes sur les vapeurs.* Nous pouvons résoudre maintenant quelques problèmes sur les vapeurs.

Problème. 1° *Un gaz parfaitement sec, occupe un volume V à la température t et sous la pression f. Quel volume prendra-t-il lorsqu'il pourra se saturer de vapeur d'eau a $t°$, la pression f restant constante?*

La tension F de la vapeur saturée à $t°$ sera donnée par la table du § 540. La force élastique de l'air saturé de vapeur sera donc exprimée par $f - F$, § 542, et la loi de Mariotte donnera

$$x\,(f - F) = Vf;\ \text{d'où}\ x = \frac{Vf}{f - F}.$$

Problème. 2° *Un gaz saturé de vapeur d'eau, occupe un volume V, à la température t, sous la pression f; quel volume V' prendra-t-il à la température t', sous la pression f'.*

Si le gaz reste constamment en contact avec l'eau qui

produit la vapeur, on trouvera, à l'aide de la table du § 540, les tensions F et F' de la vapeur saturée à $t°$ et à $t'°$. Les tensions propres du gaz, sous le volume V et V', seront égales à

$$f-F,\ f'-F',$$

et on aura, pour déterminer V', l'équation, § 530 (*a*),

$$\frac{V}{V'}=\frac{1+kt}{1+kt'}\cdot\frac{f'-F'}{f-F}\cdot \ldots\ldots .(1).$$

Si le gaz n'est pas en contact avec l'eau qui produit la vapeur, cette formule ne sera exacte que dans le cas où la vapeur du volume V' sera à l'état de saturation, ce qui arrivera essentiellement si une partie de la vapeur s'est liquefiée. En désignant par d et d' les poids spécifiques de la vapeur saturée aux températures t et t', on aura, § 530 (*b*),

$$\frac{d}{d'}=\frac{1+kt'}{1+kt}\cdot\frac{F}{F'}, \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

et en multipliant cette équation par la précédente,

$$\frac{Vd}{V'd'}=\frac{f'F-FF'}{fF'-FF'};$$

or, dans le cas actuel, le poids Vd de la vapeur du volume V, doit être plus grand que le poids $V'd'$ de la vapeur du volume V'. Il vient donc

$$f'F-FF'>fF'-FF' \text{ ou } f'F>fF';\ldots\ldots (3)$$

toutes les fois que cette inégalité existera, on pourra donc employer avec sécurité la formule (1).

Quand cette condition n'est point satisfaite, la vapeur du volume V n'est pas généralement à l'état de saturation, et sa tension F' n'est plus donnée par la table. Mais alors les équations (1) et (2) subsistent encore; et comme aucune portion de vapeur n'a été condensée, il faut que $Vd=V'd'$. D'où il suit :

$$f'F - FF' = fF' - FF' \text{ ou } f'F = fF'.$$

D'où l'on tire

$$\frac{f'}{f} = \frac{F'}{F} \text{ et } \frac{f'-F'}{f-F} = \frac{f'}{f},$$

et, en substituant dans l'équation (1),

$$\frac{V}{V'} = \frac{1+kt}{1+kt'} \cdot \frac{f'}{f}.$$

Telle est l'expression à employer lorsque l'inégalité (3) n'est pas vérifiée.

Problême. 3° *Trouver le poids d'un volume d'air, saturé de vapeur d'eau, à la température t et sous la pression h du baromètre.*

Le tableau du § 540 ayant fait connaître la tension H de la vapeur aqueuse saturée à $t°$, la tension propre de l'air sera exprimée par $h - H$. Or, le poids d'un volume d'air sec à la température t et sous la pression $h - H$ est donné par l'équation (b) du § 530, en y faisant

$$d = \frac{1000^{gr}}{770},\ t = 0,\ p = 76,\ p' = h - H,$$

et multipliant par V, ce qui donne

$$1^{gr},3\,V \frac{1}{1+kt} \cdot \frac{h-H}{76};\ \ldots (1)$$

pour obtenir le poids d'un volume V de vapeur saturée à $t°$ et sous la pression H, on remarque que le poids d'un pareil volume d'air sec, dans les mêmes circonstances, est de

$$1^{gr},3\,V \frac{1}{1+kt} \cdot \frac{H}{76};$$

multipliant donc cette expression par 0,62, § 543, il vient, pour le poids de la vapeur dont il s'agit,

$$1^{gr},3\,V \frac{1}{1+kt} \cdot \frac{0,62\,H}{76} \ldots\ldots (1).$$

Maintenant il est visible que le poids du volume V d'air saturé de vapeur d'eau, à la température t et sous la pression h, est la somme des expressions (1) et (2). Ainsi, on a

$$x=1^{gr},3V\frac{1}{1+kt}\cdot\frac{h-0,38H}{76}.$$

Comme H croît avec t, le poids x diminue lorsque la température augmente, la pression h demeurant invariable.

En comparant la valeur de x, lorsque $V=1$, à celle de d, § 530, on trouve que, toutes choses égales d'ailleurs, l'air humide est plus léger que l'air sec.

DES MACHINES A VAPEUR.

§ 545. *Définition et principe des machines à vapeur.* — On donne le nom de *machines à vapeur* à des appareils dans lesquels on utilise la force élastique de la vapeur d'eau pour imprimer un mouvement rectiligne alternatif à un piston ; la tige de ce dernier transmet ensuite son mouvement soit d'une manière directe, soit par l'intermédiaire de communicateurs, à la machine qui doit produire l'effet utile.

Pour concevoir le mode général d'action de la vapeur dans les machines, imaginons que $a\,b$ (*fig.* 283), soit un corps de pompe dans lequel se meut un piston p. Aux extrémités de ce corps de pompe, plaçons deux ouvertures o, o', que nous pourrons mettre successivement en communication avec une chaudière c, à l'aide de tuyaux servant à conduire la vapeur de cette chaudière dans le cylindre. Des robinets r, r', R, R', convenablement placés, serviront à intercepter la vapeur, ou à la mettre en communication, soit avec le haut, soit avec le bas du cylindre. Cela posé,

supposons le piston au haut de sa course, les robinets *r* et *r'* ouverts, les robinets *R* et *R'* fermés. La vapeur affluera de la chaudière dans le cylindre, et si nous supposons que dans cet instant l'air puisse s'échapper de la partie inférieure du corps de pompe, au-dessous du piston, la vapeur qui agit au-dessus de ce dernier par sa force élastique et sa vitesse, le fera descendre. Pour employer également la vapeur à le faire monter, fermons les robinets *r* et *r'*, et ouvrons *R* et *R'*. Alors, la vapeur de la chaudière ne pourra plus passer au-dessus du piston par l'ouverture *o*, mais elle pourra presser la partie inférieure du piston arrivé en *p'*, en s'introduisant dans le cylindre par l'ouverture *o'*. Mais la vapeur primitivement introduite par la partie supérieure du cylindre s'opposerait à cette ascension du piston, si l'on ne trouvait pas le moyen de détruire son action, en tout ou en partie. Pour y parvenir, on établit un tuyau *gh* qui fait communiquer la vapeur du haut du corps de pompe par le robinet *R'*, avec un espace fermé, appelé condenseur, dans lequel on produit une injection d'eau froide. La vapeur, subitement ramenée à l'état liquide, n'oppose plus de résistance, ou n'en oppose qu'une très faible, à l'action de la vapeur de l'autre côté du piston. Lorsque ce dernier est arrivé au haut de sa course, on ferme les robinets *R* et *R'*, on ouvre *r* et *r'*, la vapeur arrive au-dessus du piston et celle qui agit au-dessous de lui est refoulée dans le condenseur par le robinet *r'*, et y est réduite en liquide. Le piston ayant ainsi reçu de la vapeur une certaine quantité de force motrice, peut ensuite la transmettre à l'aide de balanciers ou de tout autre communicateur, à la machine destinée à confectionner l'ouvrage.

§ 546. *Machines à simple effet ; à double effet.* — On nomme *machines à simple effet*, celles dans lesquelles la vapeur n'agit que d'un côté du piston, par la partie supérieure. C'est un contre-poids, placé à l'autre extrémité du balancier, qui fait remonter le piston. La vapeur arrive de la chaudière par le tuyau *S* (*fig.* 284), et passe dans le cy-

lindre au-dessus du piston. La vapeur qui se trouve au-dessous se rend dans le condenseur, où elle est liquéfiée par un jet d'eau froide. Quand le piston est arrivé au bas du cylindre, la tige *O* prend un mouvement, ferme les soupapes *a* et *c*, et ouvre la soupape *b*; le tuyau *E* met alors en communication le haut et le bas du cylindre. L'action du contre-poids doit être suffisante pour surmonter le frottement et le poids du piston, et pour chasser la vapeur du dessus au-dessous de ce dernier. La tige *O* prend alors un nouveau mouvement, la soupape *b* se ferme, les soupapes *a* et *c* s'ouvrent, la vapeur afflue dans la partie supérieure, et celle qui a déjà agi se rend au condenseur.

Nous ferons bientôt la description d'une machine à simple effet fréquemment employée pour épuiser l'eau des mines.

Dans les *machines à double effet*, la vapeur agit alternativement au-dessus et au-dessous du piston, et la communication est alternativement établie entre la vapeur qui est au-dessous ou au-dessus du piston. La fig. 283 donne une idée de la marche de la vapeur dans les machines à double effet.

§ 547. *Machines à basse, à moyenne, à haute pression.* — Les machines sont *à basse pression*, lorsque la vapeur agit avec une force élastique qui ne dépasse pas une atmosphère et un quart. Lorsque la vapeur agit avec une tension comprise entre une atmosphère un quart et quatre atmosphères, les machines sont *à moyenne pression;* et enfin, lorsque la vapeur a une tension supérieure à quatre atmosphères, les machines sont dites *à haute pression.*

§ 548. *Machines avec détente; sans détente.* — La vapeur peut affluer de la chaudière sur le piston pendant toute la course de ce dernier, et alors elle agit avec une force élastique qui est sensiblement la même pendant cet intervalle. On dit alors que la vapeur agit *en plein*, ou *sans détente*, et les machines dans lesquelles la vapeur agit de cette manière sont des *machines sans détente.*

Lorsque la vapeur est formée dans la chaudière avec une force élastique suffisante, on peut la faire agir sur le piston pendant une partie de sa course, puis intercepter la communication entre la chaudière et le cylindre. La vapeur introduite dans le cylindre obéit alors à son élasticité naturelle, agit encore sur le piston par sa force expansive, ou, comme on le dit, par *sa détente*, et achève de lui faire parcourir sa course. Ces sortes de machines sont des *machines à détente.*

D'après le mode d'action de la vapeur dans les machines à détente, on voit qu'il est indispensable d'y employer la vapeur à moyenne ou à haute pression, surtout si l'on ne condense pas, car dans ce dernier cas, lorsque la vapeur agit d'un côté du piston, il faut donner une issue à celle qui est située de l'autre côté, ce qui se fait en lui permettant de se perdre dans l'atmosphère, et cette vapeur perdue ne peut acquérir en sortant une tension moindre que la pression atmosphérique. Si donc la vapeur qui agit de l'autre côté du piston, avait une tension à peu près égale à celle de l'atmosphère, on ne pourrait la faire agir ni en plein ni avec détente, et si l'on condensait, on ne pourrait faire détendre la vapeur que jusqu'à la tension qu'elle conserve encore après sa condensation.

§ 549. *Machines à condensation; sans condensation.* — Les machines condensent la vapeur après qu'elle a produit son action, ou bien elles la laissent échapper librement dans l'atmosphère. On conçoit qu'il est indispensable d'employer la condensation, lorsqu'on fait agir la vapeur à basse pression, car, comme il a déjà été dit à la fin du paragraphe précédent, si la tension de la vapeur n'était que de une atmosphère un quart, celle qui est de l'autre côté du piston conserverait encore, si l'on ne condensait pas, une tension égale à la pression atmosphérique, et le piston ne pourrait se mouvoir sous une action aussi faible, car le frottement seul absorberait le travail de cette détente.

Lorsqu'on ne condense pas la vapeur dans une machine,

on peut alors l'employer, soit à moyenne, soit à haute pression, et dans ces deux cas la vapeur, à sa sortie du cylindre, conserve encore une tension égale à la pression atmosphérique.

On comprendra donc parfaitement à l'avenir les expressions : machines à détente sans condensation, à condensation sans détente....

§ 550. *Machines à deux cylindres.* — Dans les machines dites *de Watt*, soit à simple, soit à double effet, et à détente, la vapeur se détend dans le même cylindre. Dans les *machines à deux cylindres*, dites de *Woolf*, on fait agir la vapeur en plein dans un petit cylindre, et on la fait détendre dans un second cylindre plus grand que le premier. Pour comprendre comment on peut utiliser la détente de la vapeur qui a déjà agi en plein dans le petit cylindre au coup de piston précédent, imaginons les deux cylindres *a b*, *AB*, (*fig.* 285), et les deux pistons *p et P.* La vapeur arrivant par le tuyau *S* sur la surface du petit piston, un conduit *cc'* fait communiquer la vapeur du dessous du petit piston avec le dessus du grand. Pendant ce temps, la vapeur qui est au-dessous du grand piston passe au condenseur *d* où elle est liquéfiée. Lorsque les pistons sont au bas de leur course, les tiges *h*, *g* reçoivent un mouvement et les petits pistons distributeurs viennent se placer au-dessous des ouvertures *t*, *b*, *c*, *a*; de sorte que le dessus du petit piston *p* communique avec le dessous du grand *P.* Ainsi, les deux pistons se meuvent en même temps et dans le même sens, le petit par l'action directe de la vapeur de la chaudière, le second par la détente de la vapeur qui a servi à l'action précédente sur le petit piston.

§ 551. *Machines atmosphériques.* — Enfin, on distingue encore les *machines atmosphériques.* Dans ces machines la vapeur est d'abord introduite sous le piston et le fait monter. Cette vapeur est ensuite condensée, et le vide qui se fait ainsi sous le piston permet à la pression atmosphérique d'exercer son action et de faire descendre ce piston. Dans

ces machines la partie supérieure du cylindre doit donc communiquer librement avec l'atmosphère.

§ 552. *Mesure du travail de la vapeur agissant en plein.* — Soit a la surface du piston en mètres carrés; soit f la force élastique de la vapeur à son arrivée dans le cylindre, en kilogrammes et sur un mètre carré; soit l la course du piston pendant que la vapeur agit en plein. La pression exercée sur le piston sera mesurée par $a.f.$ Pour avoir le travail de cette force, il suffit de la multiplier par le chemin parcouru l, ce qui donne pour la valeur du travail

$$afl.$$

Or, le produit al de l'air du piston par la course l donne le volume v de vapeur introduit dans le cylindre. Remplaçant al par v, il vient pour la valeur du travail :

$$vf.$$

Ainsi, *le travail d'un volume de vapeur agissant en plein est égal à ce volume exprimé en mètres cubes, multiplié par la force élastique de la vapeur en kilogrammes sur un mètre carré.*

Soit à trouver le travail dû à 675 litres de vapeur à la tension de $1^{at}, 5$; on aura pour ce travail

$$0,675 \times 15490 = 10177^{km},$$

et, si ce travail était effectué en une seconde, = 136 chevaux-vapeur.

§ 553. *Travail dû à la détente de la vapeur.* — Lorsque la vapeur a agi en plein dans le cylindre, si l'on ferme la soupape de distribution, la vapeur introduite dans le cylindre, en se détendant, achève la course du piston, et c'est cette dernière portion de son travail que nous nous proposons d'évaluer. Soit v le volume de vapeur introduit à la tension f. Ce volume, en se détendant, passe par tous les états de grandeur. Nous pouvons donc supposer que les dif-

férentes valeurs qu'il acquiert sont en progression géométrique croissante, dont nous ferons la raison

$$r = 1 + \frac{1}{k}$$

aussi petite que nous voudrons, en donnant à k des valeurs aussi grandes que nous le voudrons. Cette progression sera

$$\div\!\div\, v : vr : vr^2 : vr^3 \ldots\ldots : vr^m \ldots\ldots \text{ (1).}$$

$$\text{La raison } r = 1 + \frac{1}{k} \ldots\ldots \text{ (2).}$$

Il est aisé d'avoir la force élastique correspondant à chacun de ces volumes, d'après la loi de Mariotte; car, on aura : le volume vr est au volume v, comme la force élastique f est à la force élastique correspondant au volume vr, ou bien :

$$\frac{v}{vr} = \frac{y}{f};\ \text{d'où } y = \frac{vf}{vr} = \frac{f}{r}.$$

On trouverait de même

$$\frac{v}{vr^2} = \frac{y'}{f};\ \text{d'où } y' = \frac{vf}{vr^2} = \frac{f}{r^2}.$$

Et enfin les forces élastiques correspondantes aux différents volumes

$$\left.\begin{array}{llllll} v & vr & vr^2 & vr^3 \ldots & & vr^m \\ \text{seraient } f & \frac{f}{r} & \frac{f}{r^2} & \frac{f}{r^3} \ldots\ldots & & \frac{f}{r^m} \end{array}\right\} \ldots \text{ (3).}$$

Il reste maintenant à évaluer le travail effectué par la vapeur pour chaque petit accroissement de volume. Or, nous pouvons supposer que la force élastique de la vapeur reste constante pendant chacun de ces petits accroissements. Elle serait donc

f dans le premier accroissement de v à vr

$\frac{f}{r}$ dans le deuxième accroissement de vr à vr^2

. . . .

$\frac{f}{r^{m-1}}$ . . . $m^{\text{ème}}$ . . . . . de vr^{m-1} à vr^m.

Le travail de la vapeur en passant du volume v au volume vr est égal à l'accroissement de volume $vr-v$, multiplié par la force élastique f pendant l'accroissement. En effet, désignant toujours par a la surface du piston, appelons l la petite portion de course parcourue par le piston pendant le passage de la vapeur du volume v au volume vr. Le travail pendant ce passage sera égal à

$$afl \text{ § 552, ou égal à } v'f.$$

Or, ce volume v' n'est autre chose que

$$vr-v.$$

Donc le travail de la vapeur dans l'un de ces accroissements de volume est égal au produit de cet accroissement par la force élastique à son origine. On aura donc pour le travail du premier accroissement :

$$(vr-v)f=fv(r-1). \text{ Mais (2) } r-1=\frac{1}{k},$$

donc le travail du premier accroissement de volume sera

$$\frac{vf}{k}.$$

En raisonnant de même pour le second accroissement de volume en passant du volume vr au volume vr^2, on trouverait que le travail est égal à l'accroissement de volume

$$vr^2-vr, \text{ ou } vr(r-1),$$

multiplié par la force élastique au commencement de l'accroissement, c'est-à-dire multiplié par $\frac{f}{r}$, ce qui donne

$$v\,r\,(r-1)\frac{f}{r}=v\,f\,(r-1)=\frac{v\,f}{k};$$

c'est-à-dire que le travail dans le second accroissement de volume est égal à celui du premier accroissement. On trouverait de la même manière que tous les travaux élémentaires de la vapeur dans ses divers accroissements de volume sont égaux, et ont pour valeur

$$\frac{v\,f}{k}.$$

En multipliant donc ce travail par le nombre des accroissements, c'est-à-dire par le nombre de termes de la progression moins un, ou par m exposant de la raison, on aura le travail total dû à la détente, ou

$$\frac{m\,v\,f}{k}.$$

Le travail du volume v de vapeur agissant en plein étant égal à $v\,f$, le travail total du volume v de vapeur agissant en plein et avec détente, sera

$$T=v\,f+\frac{m\,v\,f}{k}=v\,f\left(1+\frac{m}{k}\right)\ldots\ldots(4).$$

Nous allons chercher la valeur de la quantité $\frac{m}{k}$. En désignant par n le nombre de fois dont la valeur se détend, c'est-à-dire le nombre de fois que le volume après la détente contient le volume avant la détente, on aura

$$n\,v$$

pour le volume après la détente. Mais le dernier terme de la progression (1) exprime aussi le volume de la vapeur après sa détente totale ; on aura donc :

$$v\,r^m=n\,v \text{ d'où } r^m=n.$$

Prenant les logarithmes,

$$m \log. r = \log. n \text{ d'où } m = \frac{\log. n}{\log. r} \text{ et}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{\log. n}{k \log. r} = \frac{\log. n}{k \log. \left(1 + \frac{1}{k}\right)} = \log. n \frac{1}{k \log. \left(1 + \frac{1}{k}\right)}.$$

En faisant

$$k = 10000 \text{ ou } k = 100000,$$

on trouve que la valeur du coëfficient

$$\frac{1}{k \log. \left(1 + \frac{1}{k}\right)}$$

ne varie pas dans les trois premières décimales et que ce coëfficient a pour valeur 2,303. On aura donc

$$\frac{m}{k} = 2{,}303. \log. n.$$

Substituant dans (4), en faisant

$$2{,}303 = e,$$

il vient :

$$T = v f(1 + e \log. n) \dots. (5).$$

Dans cette formule, T exprime le travail d'un volume v de vapeur agissant en plein et avec détente. Le volume v est donné en mètres cubes; la force élastique f de la vapeur est en kilogrammes sur un mètre carré; n est le nombre de fois dont la vapeur se détend et e a pour valeur 2,303.

§ 554. *Quantité de chaleur développée par les différents combustibles.* — On a pris la quantité de chaleur que nous avons appelée calorie pour terme de comparaison entre les quantités de chaleur développées par les différents combustibles. On sait que cette quantité est celle qui est nécessaire pour élever d'un degré la température de 1^k d'eau. On a établi le tableau suivant :

ESPÈCE DE COMBUSTIBLE.	Nombre de calories développées par la combustion de 1 kil.	OBSERVATIONS.
Hydrogène	22125	
Charbon de bois sec ou distillé.	7050	Tous les bois
Charbon de bois ordinaire...	6000	contenant 0,20 d'eau.
Coke pur..................	7050	
Houille de 1re qualité......	7050	Contenant 0,20 de cendres.
Houille de 2e qualité.......	6345	*Id.* 0,10 *id.*
Houille de 3e qualité.......	5932	*Id.* 0,20 *id.*
Bois séché au feu..........	3666	Tous les bois cont. 0,52 de charb.
Bois séché à l'air..........	2945	Contenant 0,20 d'eau.
Tourbe ordinaire..........	1500	
Tourbe de 1re qualité......	3000	

Ce tableau montre, par exemple, qu'un kilogramme de coke développe 7050 calories, c'est-à-dire que la combustion de ce kilogramme élèverait de 1° la température de 7050^k d'eau, ou bien élèverait 1^k d'eau à la température de 7050°

Les résultats précédents ne peuvent être obtenus dans la pratique, et l'on ne compte dans les fourneaux les mieux construits que sur les deux tiers et même que sur la moitié des valeurs du tableau.

On a de plus observé qu'un kilogramme de charbon exige pour sa combustion 10 mètres cubes d'air atmosphérique à la température et à la pression moyennes, mais qu'en pratique, il faut compter sur 20 et même 30 mètres cubes pour que la combustion soit complète.

§ 555. *Quantité de vapeur à une température donnée fournie par 1^k de combustible, et quantité de combustible nécessaire pour produire un poids donné de vapeur.* — Il devient facile maintenant de déterminer la quantité de combustible nécessaire pour vaporiser une quantité d'eau

donnée, et porter la vapeur à une température donnée; et réciproquement.

Soit P le poids d'un certain volume de vapeur, à la température t, et Q la quantité de charbon nécessaire pour la produire. La quantité de calories que développe Q^k de charbon est

$$7050\ Q.$$

La chaleur renfermée dans la vapeur se compose de la chaleur latente et de la chaleur sensible. L'eau étant prise au condenseur à la température t', on a communiqué à cette eau une température $t - t'$, ce qui donne pour P kilogrammes

$$P\,(t - t')\ \text{calories};$$

ajoutant à cette quantité le calorique latent

$$P.\ 550,$$

on aura

$$P\,(550 + t - t')$$

pour la quantité de chaleur à fournir à l'eau. Donc

$$7050\ Q = P\,(550 + t - t')$$

d'où, en faisant $Q = 1^k$,

$$P = \frac{7050}{550 - t + t'} \ldots\ldots (1)$$

Telle est la quantité théorique de vapeur fournie par un kilogramme de combustible. On n'estime qu'à la moitié de 7050 le nombre de calories utilisé dans les foyers, ce qui réduit P à :

$$P = \frac{3525}{550 + t - t'}.$$

On trouverait également pour la quantité de charbon nécessaire pour vaporiser un kilogramme d'eau, et pour porter la vapeur à la température t,

$$Q = \frac{550 + t - t'}{7050}\ \text{théoriquement},$$

$$\text{et } Q = \frac{550 + t - t'}{3525} - \text{ dans la pratique.}$$

Si, par exemple, on veut produire de la vapeur à 122°, et que l'eau d'alimentation de la chaudière soit à

$$40° = t',$$

on aura

$$P = 11^k, 15,$$

tandis que les meilleurs fourneaux ne donnent que 6 à 7 kil. par kilogramme de houille brûlée.

§ 556. *Modification de la formule qui exprime le travail dû à la détente, en tenant compte de la tension de la vapeur dans le condenseur.* — Pour déduire de ce qui précède la quantité de travail due à un kilogramme de combustible, il faut préalablement modifier la formule (5) du § 553, en y introduisant la résistance offerte au piston par la tension de la vapeur du condenseur, eu égard à la température de ce dernier. En effet, lorsque la vapeur s'est condensée, la température de l'eau de condensation s'est élevée, et il existe alors de la vapeur dans le condenseur, dont la tension est relative à la température de ce dernier, tension d'autant plus grande que cette température est plus élevée, et dont la valeur est donnée par la table du § 540. En désignant donc par f' la force élastique de cette vapeur, en kilogr. sur un mètre carré, le travail opposant sera égal au volume nv de la vapeur après la détente, multiplié par la force élastique f', ou égal à

$$nvf'.$$

Retranchant ce travail de la valeur de T dans la formule (5), il vient pour ce travail théorique effectif, et pour une course de piston, le volume v étant celui qui est supposé dépensé pour une course de piston,

$$T = vf(1 + e \log. n) - nvf'; \text{ ou bien}$$

$$T = vf(1 + e \log. n) - \frac{nvf'f}{f} = vf\left\{1 + e \log. n - \frac{nf'}{f}\right\} \ldots\ldots (1).$$

Nous remarquerons que, dans cette formule, on peut remplacer n, nombre de fois que le volume de la vapeur après la détente contient son volume avant la détente, par le rapport de la force élastique avant la détente à la force élastique après, ou par $\frac{f}{f_1}$, en désignant par f_1 la force élastique après la détente. En faisant cette substitution, il vient

$$T = vf\left\{1 + e \log.\frac{f}{f_1} - \frac{ff'}{f_1 f}\right\};$$

ou bien

$$T = vf\left\{1 + e \log.\frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1}\right\} \ldots\ldots (2).$$

§ 557. *La formule (2) du § 556, s'applique à tous les systêmes de machines à vapeur.* — La formule précédente ayant été obtenue indépendamment d'aucune hypothèse sur la forme particulière des appareils et quel que soit le mode de la détente, on voit qu'elle s'appliquera à tous les systêmes de machines à vapeur. Lorsqu'on voudra l'appliquer à une machine déjà établie, on commencera par déterminer le volume de vapeur dépensé par course de piston. Le manomètre donnera la force élastique f de la vapeur, et la température du condenseur fera connaître f'. Quant à f_1, sa valeur sera donnée, si l'on sait de combien la vapeur se détend, en divisant f par ce nombre. Le calcul effectué donnera pour T le travail en kilogrammètres développé pour une course de piston.

§ 558. *Formule théorique pour la force en chevaux d'une machine à vapeur.* — Dans la formule précédente, v désignant le volume de vapeur dépensé par course de piston, en multipliant par n, nombre de courses de piston par minute, on aura le travail de la machine par minute, et en divisant par 60, le travail par seconde. En effectuant ces opérations, et divisant aussi par 75, pour avoir le nombre de chevaux N, il viendra :

$$N=\frac{n}{60.75}.vf\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}\dots(1).$$

Si v désignait le volume de vapeur dépensé par seconde, on exprimerait encore la force en chevaux par la formule

$$N=\frac{vf}{75}\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}\dots\dots(2).$$

§ 559. *Quantité de travail due à la combustion de* 1^k *de houille.* — Si, dans la formule (2) du § 556, on considère v comme le volume de vapeur fourni par un kilogramme de combustible, on pourra remplacer ce volume par son poids multiplié par la densité de la vapeur, et le poids lui-même par son expression trouvée (1) § 543. On trouve alors pour le travail de ce volume de vapeur, c'est-à-dire celui qui est formé par la combustion de 1^k de houille,

$$T=\frac{P}{d}.f\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\},$$

ou, en substituant à la place de P sa valeur, (1) 555, et à la place de d la sienne,

$$T=\frac{7050}{550+t-t'}.\frac{1+kt}{0,81\,n}.f\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}.\text{ Or}$$

$$f=10330.\,n;\text{ donc}$$

$$T=\frac{7050.\ 10330.\ (1+kt)}{(550+t-t')\,0,81}\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\};\text{ ou}$$

$$T=89909259.\frac{1+kt}{550+t-t'}\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}\dots\dots(1).$$

C'est la quantité de travail due à un kilogramme de combustible.

§ 560. *Comparaison des divers systêmes de machines à vapeur.* — La formule que nous venons de trouver donne le travail théorique dû à un kilogramme de houille; mais dans la pratique on est bien loin d'obtenir ce résultat, car les

meilleurs foyers n'utilisent guères que la moitié ou les $\frac{2}{3}$ de la quantité de chaleur développée par le combustible, et nous avons fait abstraction des pertes de vapeur et des nombreuses résistances passives des machines. Toutefois, cette formule peut servir, telle qu'elle a été obtenue, à comparer entre eux les divers systèmes de machines à vapeur, en donnant aux quantités qui y entrent des valeurs limites de celles qu'elles peuvent acquérir, et en faisant des hypothèses sur la tension de la vapeur ou sa température. Ainsi la limite de la température t' de l'eau d'alimentation sera 10°, ou la température de l'eau dans le sein de la terre; celle de sa tension correspondante sera

$$130^{k} = f'.$$

La limite inférieure de la détente est

$$f_1 = f'.$$

En faisant ces hypothèses dans la formule, pour les diverses machines, on trouve

1° *Pour les machines à détente et à condensation*,

$$T = 89909259 \frac{1 + kt}{550 + t - 10} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{130} - 1 \right\}^{k.m} \text{ou}$$

$$T = 89909259 \frac{1 + kt}{550 + t - 10} e \log. \frac{f}{130}.^{k.m}$$

2° *Pour les machines à condensation sans détente*,

$$T = 89909259 \frac{1 + kt}{550 + t - 10} \left\{ 1 - \frac{130}{f} \right\},^{k.m}$$

car on a

$$f_1 = f \text{ et } \log. \frac{f}{f_1} = 0;\ f' = 130.$$

3° *Pour les machines à détente sans condensation*, pour lesquelles on a

$$f_1 = 10330;\ f' = f_1,$$

$$T = 89909259 \, \frac{1+kt}{550+t-10} \, e \log. \frac{f}{10330} \cdot {}^{\mathrm{k.m}}$$

4° *Enfin pour les machines sans détente ni condensation* pour lesquelles on a

$$f_1 = f; \; f' = 10330;$$

$$T = 89909259 \, \frac{1+kt}{550+t-10} \left\{ 1 - \frac{10330}{f} \right\} \cdot {}^{\mathrm{k.m}}$$

§ 561. *Observations sur ces résultats théoriques.* — En faisant varier la pression dans ces quatre classes de machines, on remarque que, pour les machines à détente et condensation, les quantités de travail théorique sont bien loin de croître aussi rapidement que les pressions, et qu'à 32 atmosphères on n'obtient guère plus du double de ce que l'on trouve pour une atmosphère. On observe d'ailleurs que le facteur

$$\frac{1+kt}{550+t-10}$$

croît très lentement, et à peu près proportionnellement à la température, et que par conséquent, dans les machines à détente, qui forment la première et la troisième classes, l'effet utile théorique maximum ne croît guère plus rapidement que le logarithme de la pression ; et comme les dangers d'explosion, les pertes de vapeur et les difficultés de construction augmentent beaucoup au contraire avec la tension, on voit que, dans la pratique, il doit y avoir peu d'avantages à attendre de l'emploi de la vapeur à haute pression dans ces machines.

La même observation sur les valeurs du facteur

$$\frac{1+kt}{550+t-10},$$

et la petitesse du terme soustractif $\frac{130}{f}$ du dernier facteur

du travail des machines de la deuxième classe, nous montre, et les applications de la formule nous le confirment, qu'il y a encore moins à gagner théoriquement dans l'emploi de la vapeur à haute pression sans détente et avec condensation ; à plus forte raison en sera-t-il de même dans la pratique ; aussi ne construit-on ce genre de machines qu'à basse pression.

Quant à la quatrième classe, les effets théoriques sont encore moindres, et les résultats montrent que ce système serait le plus mauvais de tous et ne fournirait, même théoriquement, guères plus à 16 atmosphères, que les machines à basse pression ordinaires.

§ 562. *Comparaison des résultats de la théorie à ceux de la pratique.* — Les quantités de travail que l'on obtient réellement dans la pratique, sont bien loin de celles que nous venons de déterminer par la théorie, et l'on n'en sera pas surpris, si l'on se rappelle que les meilleurs foyers n'utilisent guère que la moitié ou les deux tiers de la quantité de chaleur développée par le combustible; que nous avons admis pour la détente et la condensation des limites qu'il est impossible d'atteindre en réalité, et qu'enfin nous avons fait abstraction des pertes de vapeur et des nombreuses résistances passives des machines. Pour comparer les résultats de la théorie à ceux que fournissent les meilleures machines, il convient donc d'abord d'en calculer l'effet théorique avec les données réelles sous lesquelles elles agissent.

Pour cela, remarquons d'abord que la quantité d'eau nécessaire à la condensation croît rapidement à mesure que la température du condenseur est plus basse, et d'une autre part que l'eau qui provient de cette opération étant ordinairement employée à alimenter la chaudière, il y a économie de combustible à lui conserver une température un peu élevée, que la pratique générale des constructeurs a établie moyennement à 40°. On a donc $t' = 40°$ et par suite f' serait égal à 720^k, si l'on négligeait le surcroît de tension provenant de l'air que l'eau entraîne avec elle dans le

condenseur, et qui, en s'ajoutant à la tension de la vapeur, pourrait élever f' à 1200^{k}.

§ 563. *Coëfficient pratique pour le travail dû à 1^{k} de combustible dans les machines de Watt à basse pression.* — Ainsi, pour les machines de Watt à basse pression, on a

$$t'=40;\ t=107,3;\ f'=1200^{k\cdot};\ f=f_1=1^{at},25=12913^{k}.$$

Substituant dans (1), § 559, il vient :

$$T=89909259\frac{1+k.\,107,3}{550+107,3-40}\left\{1-\frac{1200}{12913}\right\}=185274^{k.m}\quad (1)$$

pour l'effet théorique d'un kilogramme de charbon dans ces machines.

Dans le commerce, les meilleurs constructeurs de machines à basse pression les livrent sous la condition qu'elles ne consommeront que $5^{k\cdot}$ de combustible par force de cheval et par heure, et par conséquent ils ne comptent obtenir que

$$\frac{75\times 3600}{5}^{km}=54000^{km} \text{ par } 1^{k} \text{ de combustible.}$$

Mais communément la consommation de charbon varie entre 5 et 6 kilog., et par conséquent le travail entre

$$\frac{75\times 3600}{5}=54000 \text{ et } \frac{75\times 3600}{6}=45000.$$

Il résulte de là qu'en cherchant le rapport entre le travail théorique 185274 de la formule (1) et ces résultats pratiques, on aura le coëfficient à adapter à la formule

$$T=89909259\frac{1+kt}{550+t-t'}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\}$$

pour le travail dû à un kilogramme de combustible dans les machines à basse pression.

Ce coëfficient est

$$\frac{54000}{185274}=0,291,$$

si la machine est dans un parfait état d'entretien, et

$$\frac{45000}{185274}=0,243,$$

si la machine est dans un état ordinaire d'entretien. De telle sorte que la formule devient :

$$T=0,291.89909259\,\frac{1+kt}{550+t-t'}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\}\ldots\ldots (2) \text{ ou}$$

$$T=0,243.89909259\,\frac{1+kt}{550+t-t'}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\}\ldots\ldots (3).$$

Application : Soit à déterminer le travail dû à un kilogramme de combustible dans une machine à basse pression en bon état, dans laquelle la tension de la vapeur est de

$$1^{at}\frac{1}{2}=f=15490^{k};$$

la tension dans le condenseur $f'=1200^{k}$, et la température de l'eau d'alimentation $t'=40°$. Dans ce cas $t=112°,2$, et la formule (1) donne

$$T=55114^{km}.$$

§ 564. *Remarque sur la grande différence qui existe entre les résultats théorique et pratique.* — N'oublions pas que cette différence si grande qui existe entre le résultat théorique et le résultat pratique vient : 1° De ce que nous avons supposé que la quantité de calories fournie par un kilogramme de combustible était utilisée toute entière, tandis qu'on n'en utilise réellement que la moitié. 2° De ce que nous avons négligé les fuites de vapeur et les résistances passives. En réduisant le nombre 7050 à 3525, on voit d'abord que la quantité de travail théorique précédemment trouvée 185274 se réduit à la moitié 92637, et que par suite

le coëfficient qui indique le rapport de l'effet pratique à l'effet théorique prend la valeur

$$\frac{54000}{92637}=0,58,$$

pour les machines en parfait état d'entretien, et

$$\frac{45000}{92637}=0,49,$$

pour les machines en état ordinaire. La valeur moyenne est environ 0, 53.

Il résulte de là que les pertes de vapeur, les frottements, etc., absorbent 0, 47 ou environ moitié du travail réellement développé par la vapeur dépensée.

§ 565. *Formule pratique qui donne la force en chevaux des machines à basse pression.*— Les derniers coëfficients que nous venons de trouver sont donc ceux qu'il faut appliquer aux formules (1) et (2) du § 558, qui donnent le nombre de chevaux d'une machine de Watt.

On a donc

$$N=0,58\frac{n}{60.75}vf\left\{1-\frac{f'}{f}\right\}$$

pour les machines en parfait état d'entretien, et

$$N=0,49\frac{n}{60.75}vf\left\{1-\frac{f'}{f}\right\}$$

pour les machines en état ordinaire, lorsque v est le volume par course de piston et n le nombre de courses par 1'.

Et enfin,

$$N=0,58\frac{vf}{75}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\},\text{ et}$$

$$N=0,49\frac{vf}{75}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\},$$

lorsque v représente le volume de vapeur dépensé par seconde.

La valeur de ce coëfficient qui, comme on le voit, dépend de l'état d'entretien des machines, dépend aussi de leur grandeur, parce que les pertes de vapeur et les résistances passives ne croissent guère que comme le carré de leurs dimensions, tandis que le volume de vapeur, et par suite la force de la machine, croît comme le cube de ces mêmes quantités, d'où il résulte que l'emploi des grandes machines est plus avantageux que celui des petites. D'après cette observation, tout-à-fait d'accord avec les résultats pratiques, on devra donner différentes valeurs au coëfficient. Ces valeurs sont données par la table suivante :

Force des machines en chevaux.	En très bon état d'entretien.	En état ordinaire d'entretien.
4 à 8	0, 50	0, 42
10 à 20	0, 56	0, 47
30 à 50	0, 60	0, 54
60 à 100	0, 65	0, 60

En appelant C le coëfficient relatif à la force de la machine et à son état d'entretien, les formules à employer dans la pratique sont donc

$$N = C\frac{n}{60.75}vf\left\{1-\frac{f'}{f}\right\} \text{ et}$$

$$N = C\frac{vf}{75}\left\{1-\frac{f'}{f}\right\},$$

ou en simplifiant,

$$N = C\frac{nv}{4500}(f-f') \ldots\ldots\ldots (1),$$

lorsque v est le volume par course de piston, et n le nombre de courses par 1', et

$$N = C\frac{v}{75}(f-f') \ldots\ldots\ldots (2),$$

lorsque v représente le volume de vapeur dépensé par seconde.

Application : Soit proposé de trouver la force en chevaux d'une machine à basse pression dans les circonstances suivantes :

$$f = \overset{\text{at}}{1,25} = \overset{\text{k}}{12913};\ f' = \overset{\text{k}}{1200};\ v = \overset{\text{m.c.}}{0,2825};\ n = 60;$$

la machine est en parfait état d'entretien, et le volume v est relatif à une course de piston.

La formule (1) sans coëfficient numérique donne $N = 44,12$. La moitié de ce nombre donnant 22 environ, le tableau précédent nous fournit 0,56 pour coëfficient. Donc

$$N = 24^{\text{ch}},71.$$

§ 566. *Formule pratique pour le travail dû à un kilogramme de combustible, dans les machines à basse pression.* — Les nombres du même tableau pourraient également être appliqués à la formule qui donne le travail dû à un kilogramme de combustible. Il suffirait pour cela de prendre la formule (3) du § 563 sans coëfficient pratique, et de diviser par 2 le facteur 89909259, à cause du nombre 7050 que l'on réduit en pratique à 3525. Et si l'on remarque que le produit de la moitié de 89909259 par le facteur à peu près constant

$$\frac{1 + kt}{550 + t - t'}$$

s'éloigne peu de 100000, on aura, pour déterminer le travail dû à un kilogramme de combustible, la formule rigoureuse

$$T = 45954630 \frac{1 + kt}{550 + t - t'} \left\{ 1 - \frac{f'}{f} \right\} \ldots . (1)$$

ou bien, avec une exactitude suffisante pour la pratique,

$$T = 100000 \left\{ 1 - \frac{f'}{f} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

en appliquant toutefois à ces formules le coëfficient du ta-

bleau précédent qui convient à la force de la machine et à son état d'entretien.

Application : Ainsi, avec les données de l'application du § 563, on aurait, pour une machine de 20 chevaux en bon état, par la formule précédente (1), en donnant le coëfficient 0,56,

$$T = \overset{\mathrm{km}}{53031}, \text{ et par (2), } T = \overset{\mathrm{km}}{51662}.$$

§ 567 *Comparaison des résultats pratique et théorique pour les machines à détente et condensation.* — En reprenant la formule (1) du paragraphe 559, et y faisant les substitutions convenables pour les machines de *Woolf* pour lesquelles on a généralement

$$f = 3^{at}, 5 = 36150^{k}\,;\; f_1 = \frac{3^{at}.5}{4,5} = 8030^{k} \text{ moyennement,}$$

car on fait détendre la vapeur de 4 à 5 fois son volume; enfin

$$f = 1200^{k}\,;\; t = 140^{o},6\,;\; t' = 40\,;$$

il vient

$$T = 89909259 \frac{1 + k.140,6}{550 + 140,6 - 40} \left\{ 1 + e\,log.\frac{36150}{8030} - \frac{1200}{8030} \right\} = \overset{\mathrm{km}}{497108}.$$

Les fabricants des machines de ce système garantissent qu'elles ne consommeront que 2^{k}, 5 par force de cheval et par heure, ce qui constitue un travail par kilogramme de combustible égal à

$$\frac{75 \times 3600}{2,5} = 108000^{km}.$$

Mais on les regarde encore comme fort avantageuses lorsqu'elles ne consomment que 3^{k} de charbon, ce qui constitue par kilog. de houille

$$\frac{75 \times 3600}{3} = 90000.$$

Le coëfficient à appliquer aux machines de *Woolf* pour le travail dû à 1^k de combustible serait donc

$$\frac{108000}{497108}=0,217$$

pour les machines en parfait état d'entretien, et

$$\frac{90000}{497108}=0,181.$$

pour les machines en état ordinaire d'entretien.

§ 568. *Formule pratique pour la force en chevaux des machines à détente et condensation.* — En faisant la même remarque qu'au § 564, on voit qu'il faut d'abord réduire à moitié le nombre 497108 trouvé ci-dessus pour T, ce qui donne 248554. Et en divisant par ce nombre les deux nombres 108000 et 90000, on aura les coëfficients à appliquer à la formule qui donne la force en chevaux de ces machines, qui devient alors

$$N=0,434\frac{n}{60.75}vf\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\},$$

pour les machines de 10 à 20 chevaux en parfait état d'entretien, et

$$N=0,362\,\frac{n}{60.75}vf\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\},$$

pour les machines en état ordinaire d'entretien, v étant le volume par course de piston et n le nombre de courses par minute.

Les formules sont

$$N=0,434\,\frac{vf}{75}\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\},$$

$$\text{et } N=0,362\,\frac{vf}{75}\left\{1+e\log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\},$$

lorsque v représente le volume de vapeur dépensé par seconde.

Il y a lieu ici à faire les mêmes observations que pour les machines de Watt, et à établir un tableau analogue pour les coëfficients.

Force des machines en chevaux.	En très-bon état d'entretien.	En état ordinaire d'entretien.
4 à 8	0,33	0,30
10 à 20	0,42	0,35
20 à 40	0,50	0,42
60 à 100	0,60	0,55

En appelant toujours C le coëfficient relatif à la force de la machine et à son état d'entretien, les formules à employer dans la pratique seront donc ici

$$N = C \frac{n}{4500} vf \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} \ldots . \quad (1),$$

v étant le volume par course de piston et n le nombre de courses par minute, et

$$N = C \frac{vf}{75} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} \ldots\ldots \quad (2),$$

lorsque v représente le volume de vapeur dépensé par seconde.

Application : Soit à trouver la force en chevaux d'une machine à détente et condensation, en état ordinaire d'entretien, dans les circonstances suivantes : le volume v de vapeur dépensé par seconde

$$= 0^{mc},100; f = 4^{at} = 41320^{k};$$

la vapeur se détend de 4 fois son volume primitif, et l'on a par conséquent

$$f_1 = \frac{4^{at}}{5} = \frac{41320^{k}}{5} = 8264^{k}; f' = 1200^{k}.$$

La substitution dans (2) sans coëfficient donne

$$N = 55^{ch},093.$$

La machine devant être de 25 chevaux environ, le tableau donne 0,42 pour le coëfficient. D'où

$$N = 23^{ch},14.$$

§ 569. *Formule pratique pour le travail dû à un kilogramme de combustible dans les machines à détente et condensation.* — La formule qui donne ce travail est la suivante, dans laquelle on a tenu compte de la chaleur réellement utilisée.

$$T = 45954630 \frac{1+kt}{550+t_{1}-t'} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} \ldots \quad (1)$$

ou bien

$$T = 100000 \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

avec une exactitude suffisante pour la pratique, en appliquant à ces formules le coëfficient du tableau du § 568 relatif à la force de la machine et à son état d'entretien.

Application : Les données du paragraphe précédent conduisent pour T aux valeurs suivantes, en adoptant le coëfficient 0, 42 :

En faisant usage de la formule (1)....

$$T = 109710^{km}.$$

En faisant usage de la formule (2)....

$$T = 103510^{km}.$$

§ 570. *Force en chevaux des machines à détente sans condensation.* — Dans ces machines, la vapeur agit à haute pression, puis elle se détend pendant une partie de la course du piston, et s'échappe enfin dans l'atmosphère. En appliquant la formule (1) du § 559 à ce système de machines, on déterminerait comme précédemment le travail théorique dû à un kilogramme de combustible, et le coëfficient à appliquer à ce travail et à celui qui donne la force en chevaux de ces machines. On trouve qu'il faut employer, pour les machines en parfait état d'entretien le coëfficient 0, 40, pour les machines en état ordinaire le coëfficient 0, 35, et si

l'on remarque que la vapeur sort du cylindre avec une tension égale à la pression atmosphérique, on devra faire $f' = 10330$, et les formules pour la force en chevaux de ces machines deviennent

$$N = 0,40 \frac{n}{60.75} v f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots (1)$$

pour les machines en bon état, et

$$N = 0,35 \frac{n}{60.75} v f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots (2)$$

pour les machines en état ordinaire, v étant le volume dépensé par course de piston.

Les formules sont :

$$N = 0,40 \frac{v f}{75} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots\ldots (3)$$

et $$N = 0,35 \frac{v f}{75} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots\ldots (4)$$

lorsque v est le volume dépensé par seconde.

§ 571. *Formule pratique pour le travail dû à un kilogramme de combustible dans les machines à détente sans condensation.* — Cette formule devient dans les mêmes circonstances

$$T = 0,40.\,45954630 \frac{1 + kt}{550 + t - t'} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} (1)$$

pour les machines en bon état, et

$$T = 0,35.\,45954630 \frac{1 + kt}{550 + t - t'} \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} (2)$$

ou bien, avec une exactitude suffisante,

$$T = 0,40.\,100000 \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots\ldots (3)$$

et $$T = 0,35.\,100000 \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots\ldots (4)$$

§ 572. *Force en chevaux des machines à haute pression sans détente ni condensation, et travail dû à un kilogr. de combustible.* — La formule (1) du § 559 appliquée à ces machines donnerait pour la force en chevaux

$$N = \frac{n}{60.75} v f \left\{ 1 - \frac{10330}{f} \right\}$$

ou en simplifiant,

$$N = \frac{nv}{4500} (f - 10330) \ldots (1)$$

en lui appliquant les coëfficients relatifs aux machines à basse pression ; mais l'on ne possède pas sur ces machines un nombre suffisant de bonnes observations pour qu'on puisse regarder ces coëfficients comme déterminés avec l'exactitude désirable, et les résultats auxquels on parviendra à l'aide des formules ne devront être considérés que comme approximatifs.

La formule du travail dû à un kilogr. de combustible serait

$$T = 45954630 \frac{1 + kt}{550 + t - t'} \left\{ 1 - \frac{10330}{f} \right\} \ldots (2)$$

ou

$$T = 100000 \left\{ 1 - \frac{10330}{f} \right\} \ldots\ldots\ldots (3)$$

en appliquant à l'une ou à l'autre les mêmes coëfficients.

§ 573. *Quantité d'eau nécessaire à l'alimentation de la la chaudière pour les machines à basse pression.* — Il est très important de pouvoir déterminer la quantité d'eau nécessaire au service d'une machine, soit pour l'alimentation de la chaudière, soit pour la condensation de la vapeur, car de cette quantité d'eau dépendra souvent le système de machines que les localités permettront d'adopter.

Pour déterminer la quantité d'eau d'alimentation par force de cheval, nous prendrons la formule (2) du § 565 qui donne le travail en chevaux du volume v de vapeur dé-

pensé par seconde. Nous ferons $N=1$. La formule devient alors

$$1=C\frac{v}{75}(f-f').$$

En tirant de cette équation la valeur de v, on aura en mètres cubes le volume de vapeur dépensé par seconde et par cheval, ou

$$\frac{75}{C(f-f')}.$$

Cette quantité étant multipliée par la densité de la vapeur § 543, on obtient le poids en kilogrammes de l'eau d'alimentation par seconde, ou

$$\frac{75.0,81.n}{C(f-f')(1+kt)}.$$

Multipliant enfin par 3600, le produit donne l'eau d'alimentation par force de cheval et par heure, en kilogrammes, ou

$$p=\frac{218700.n}{C(f-f')(1+kt)}. \quad . \; . \; . \; . \; (1).$$

Dans l'application du § 565, on a

$$n=1,25;\; C=0,56;\; f=12913;\; f'=1200;\; t=107,4.$$

La substitution donne

$$p=30^{k} \text{ environ}$$

§ 574. *Eau d'alimentation pour les machines à détente et condensation.* — En opérant de la même manière pour ces machines, on déduirait de la formule (2) du § 568, le volume de vapeur dépensé par cheval et par seconde, ou

$$v=\frac{75}{Cf\left\{1+e\log.\frac{f}{f'}-\frac{f'}{f_1}\right\}}.$$

multipliant par la densité pour avoir le poids, et par 3600, il vient

$$p = \frac{0,81.\, n.75.\, 3600}{Cf\,(1+kt)\left\{1+e\, log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}}$$

ou

$$p = \frac{218700.\, n}{Cf(1+kt)\left\{1+e\, log.\frac{f}{f_1}-\frac{f'}{f_1}\right\}} \ldots (1).$$

pour le poids en kilogrammes de l'eau d'alimentation par cheval et par heure.

Dans l'application du § 568, on a

$n=4$; $f=41320$; $C=0,42$; $f_1=8264$; $f'=1200$; $t=145,4$.

La substitution donne

$$p = 13^k, 246.$$

§ 575. *Eau d'alimentation pour les machines à détente sans condensation.* — On trouverait pour ces machines le poids d'eau d'alimentation par cheval et par heure,

$$p = \frac{218700.\, n}{Cf\,(1+kt)\left\{1+e\, log.\frac{f}{f_1}-\frac{10330}{f_1}\right\}} \ldots (1).$$

Dans cette formule on donnerait à C la valeur 0,40 ou 0,35, suivant l'état d'entretien de la machine.

§ 576. *Eau d'alimentation pour les machines sans détente ni condensation.* — Pour ces machines, la formule serait

$$p = \frac{218700.\, n}{C\,(1+kt)\,(f-10330)} \ldots (1).$$

§ 577. *Eau nécessaire à la condensation pour les divers systèmes de machines.* — Pour trouver la quantité d'eau de condensation, cette eau étant à la température t_1, on remarque qu'un poids p de vapeur à condenser, en s'abaissant à la température du condenseur, perd $p\,(t-t')$ de calorique sensible, et 550 p de calorique latent, en tout

$$p\ (550 + t - t').$$

Le poids P d'eau nécessaire à la condensation de ce poids p de vapeur absorbe une quantité de chaleur égale à

$$P\ (t' - t_1).$$

Egalant ces deux quantités de calorique, il vient

$$p\ (550 + t - t') = P(t' - t_1).\ \text{D'où}$$

$$P = \frac{p\ (550 + t - t')}{t' - t_1} \ldots\ldots\ (1)$$

Dans cette équation il y a cinq quantités variables. Si l'on suppose t_1 constant ou égal à la température du sein de la terre, on pourra se proposer de déterminer l'une des trois quantités P, p, t', connaissant les deux autres, pour un système proposé de machines à vapeur donné par la température t de la vapeur, ce qui conduira aux trois problèmes suivants :

1° Trouver le poids d'eau P nécessaire à la condensation d'un poids donné p de vapeur, connaissant la limite t' de la température qu'on veut laisser atteindre au condenseur. La formule (1) fera connaître P.

2° Connaissant la quantité d'eau P dont on peut disposer pour l'injection dans un temps donné, trouver le poids p de la vapeur qu'on pourra condenser dans le même temps, en l'amenant à une température donnée t'. On trouverait

$$p = \frac{P\ (t' - t_1)}{550 + t - t'} \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

3° Enfin, on peut se proposer de trouver quelle sera la température du condenseur t', lorsqu'on emploiera P^k d'eau pour condenser p de vapeur. La même formule donne

$$t' = \frac{(550 + t)\ p + P t_1}{P + p} \ldots\ldots\ (3).$$

Lorsque t' doit être de 82°, il n'y a pas d'avantage à condenser.

Applications : 1° Dans l'application du § 573, la quantité de vapeur à produire par force de cheval et par heure est de

$$30^k = p;\ t = 107,4;\ t' = 40;\ t_1 = 15;$$

substituant dans (1), on trouve

$$P = 741^k = 0^{mc},741$$

pour la quantité d'eau de condensation par force de cheval et par heure.

2° Dans l'application du § 574, on a pour la quantité de vapeur par heure et par cheval

$$p = 13^k,246;\ t = 145,4;\ t' = 40;\ t = 15.$$

Substituant dans (1),

$$P = 356^k = 0^{mc},356,$$

pour la quantité d'eau de condensation par force de cheval et par heure.

§ 578. *Volume de la vapeur dans la chaudière.* — Il est nécessaire de réserver à la vapeur de la chaudière un espace assez grand pour que sa tension ne soit pas trop diminuée, lorsqu'il s'en introduit dans le cylindre à chaque coup de piston.

Pour déterminer cet espace, admettons d'abord que la chaudière produit de la vapeur d'une manière uniforme, et désignons par p la quantité qu'elle en développe dans l'unité de temps. Puisque la chaudière est destinée à alimenter le cylindre, cette quantité de vapeur sera aussi celle que dépensera ce cylindre. Seulement, ne fût-ce que le temps consacré à l'ouverture et à la fermeture des soupapes de distribution, cette quantité de vapeur sera livrée au cylindre dans un temps plus court t, et plus court encore lorsqu'il y aura détente. Il résulte de là que si nous désignons par A l'espace réservé à la vapeur, lorsqu'il s'en écoulera une quantité p dans le cylindre, à la tension f, il n'en restera plus dans la chaudière qu'une quantité représentée par $A-p$ à la même tension. Mais, pendant le temps t que la

vapeur a mis à s'écouler dans le cylindre, il s'en est formé dans la chaudière une quantité qu'on peut trouver par la proportion

$$1 : p :: t : v = pt.$$

Cette quantité, étant ajoutée à $A - p$, donnera le volume réel occupé par la vapeur, si elle conservait la même tension f. Or, la vapeur se détendra pour occuper le volume que nous avons désigné par A, et sa force élastique f' pourra se trouver aisément, à l'aide de la loi de Mariotte. Car on aura

$$f : f' :: A : A - p + pt.$$

$$\text{D'où } f' = f\frac{A - p + pt}{A};$$

$$\text{et } f - f' = f - f\frac{A - p + pt}{A} = \frac{fp(1-t)}{A}.$$

Cette dernière expression est la variation de la force élastique de la vapeur de la chaudière après la distribution dans le cylindre. Si l'on veut que cette force ne soit pas altérée au-delà d'une fraction $\frac{1}{n}$ de la force élastique primitive f, on posera $f - f' = \frac{f}{n}$ et cette expression deviendra

$$\frac{f}{n} = \frac{fp(1-t)}{A}; \text{ d'où } A = n(1-t)p .. (1)$$

tel est le volume minimum que doit occuper la vapeur dans la chaudière, en fonction de celui p qui est fourni au cylindre à chaque coup, en représentant par 1 le temps qui s'écoule entre deux ouvertures successives des soupapes de distribution, et par t celui plus petit pendant lequel se fait l'écoulement dans le cylindre.

Par exemple, si l'on veut que l'altération ne dépasse pas un trentième de la tension de la vapeur dans la chaudière, on posera $n = 30$. Si maintenant la vapeur est interceptée au

milieu de la course du piston, et si la machine est à double effet, on aura $t=\frac{1}{2}$, et la formule (1) donne

$$A=30\left(1-\frac{1}{2}\right)p=15p.$$

Ainsi le volume de la vapeur devra être 15 fois celui qui est dépensé à chaque coup.

Dans les machines à basse pression, on compte toujours sur $\frac{1}{4}$ pour le temps de l'ouverture et de la fermeture des tiroirs ou soupapes, et dans ce cas $t=\frac{3}{4}$ et

$$A=30\left(1-\frac{3}{4}\right)p=8p \text{ environ.}$$

§ 579. *Volume de l'eau dans la chaudière.* — On pourrait également se proposer de trouver le volume que doit occuper l'eau dans la chaudière. Ce volume doit être déterminé d'après le volume de l'eau d'alimentation, chaque fois qu'on alimente, et d'après sa température; cette dernière est au minimum celle du condenseur, et en s'introduisant dans la chaudière, elle abaisse la température de l'eau, par suite celle de la vapeur, et par conséquent la force élastique s'en trouve altérée. Or, un abaissement d'un degré correspond à peu près à une altération de un trentième dans la force élastique de la vapeur. Pour établir le calcul, désignons par B le volume occupé par l'eau dans la chaudière, et par a la quantité d'eau fournie à cette chaudière chaque fois qu'on alimente. Soit t la température de la vapeur et t' celle de l'eau d'alimentation. La quantité de chaleur renfermée dans cette eau sera at', et la chaleur de l'eau de la chaudière Bt. La somme de ces deux quantités doit être égale à la chaleur de leur mélange $B+a$. Or, si nous voulons que la force élastique de la vapeur ne s'abaisse pas au-delà de un trentième, la température du mélange sera $t-1$ et la chaleur de ce mélange $(B+a)(t-1)$. Donc

$$Bt+at'=(B+a)(t-1) \text{ d'où } B=a(t-t'-1)\ldots (1).$$

Si l'alimentation devait se faire à chaque coup de piston, ce volume d'eau serait très petit. Mais cette alimentation est réglée par un flotteur, et l'injection dans la chaudière se fait à l'aide d'une pompe que fait mouvoir la machine elle-même, ou par un robinet à main. Dans ce dernier cas, on pourra toujours calculer le volume d'eau d'après l'intervalle des époques d'alimentation et la quantité de vapeur dépensée par la machine, à l'aide de l'équation (1); mais cette estimation paraît un peu trop forte. Dans le premier cas, il est assez difficile d'établir le calcul avec précision, et l'on se détermine, pour le volume de l'eau dans la chaudière, sur le volume que doit y occuper la vapeur, et sur cette considération que la partie de la chaudière exposée à l'action du feu doit toujours être inférieure au niveau de l'eau, ce qui oblige de remplir la chaudière à environ 0, 6 de sa hauteur. Il n'y aura d'ailleurs jamais d'inconvénients, pour les machines fixes, à employer de grandes chaudières. Il n'y aurait donc lieu à déterminer le minimum d'espace réservé à l'eau que pour les chaudières des bateaux et celles des locomotives. Nous reviendrons d'ailleurs plus loin sur les dimensions des chaudières.

§ 580. *Vitesse et course du piston moteur; balancier; bielle et volant.* — On donne au piston moteur une vitesse variable avec la force des machines. M. Poncelet admet qu'elle doit être de

0^m, 90 à 1^m en 1'',	pour les machines de	4 à 20	chevaux.
1, 00 à 1,20	. . . .	20 à 30	*id.*
1, 20 à 1,25	. . . .	30 à 60	*id.*
1, 25 à 1,30	. . . .	60 à 100	*id.*

De cette vitesse du piston, connaissant le nombre n de ses oscillations, ou le nombre de révolutions du volant par minute, on peut déduire la course du piston. En l'appelant c, $2c$ sera l'espace parcouru par le piston pendant une oscil-

lation, $2cn$ l'espace parcouru pendant 1' et $\frac{2cn}{60}$ ou $\frac{cn}{30}$ l'espace parcouru pendant une seconde. Cet espace est égal à la vitesse. On aura donc pour déterminer c l'équation

$$V = \frac{cn}{30};\ \text{d'où}\quad c = \frac{30V}{n}\cdot$$

Si n désigne, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, le nombre de courses par minute, le dénominateur devenant deux fois plus grand, il faut doubler le numérateur, ce qui donne

$$c = \frac{60V}{n} \ldots\ (1),$$

V étant la vitesse par seconde, et n le nombre de courses du piston par minute.

Dans cette équation, deux des 3 quantités c, V, n, étant données, on pourra en conclure la troisième. Mais le tableau précédent ne permet plus de supposer V variable. Cette quantité est essentiellement liée, dans la pratique, à la course du piston, par des convenances de constructions qu'on ne saurait méconnaître. C'est ce qui avait fait dresser à Watt ce tableau comparatif de la vitesse et de la course, eu égard à la force de la machine. On s'en est pourtant écarté depuis, par cette considération qu'en donnant plus d'étendue à la course, on augmentait les dimensions, et par suite le poids des pièces des machines. M. Campaignac, en rapprochant les règles suivies par les différents constructeurs des plus grands établissements de la France, a proposé l'échelle suivante, que nous adopterons pour les machines fixes de tous les systèmes :

FORCE nominale.	COURSE du piston.	VITESSE du piston par 1"
2ch. à 4....	....0m,60....	0,8666
6.......	....0, 70.....	0,8666
8.......	....0, 80.....	0,8666
10.......	....0, 90.....	0,8833
12.......	....1, 00.....	0,9000
16.......	....1, 10.....	0,9333
20.......	....1, 20.....	0,9666
25.......	....1, 30.....	1,0000
30.......	....1, 40.....	1,0333
35.......	....1, 50.....	1,0666
40.......	....1, 60.....	1,1000
50.......	....1, 70.....	1,1333
60.......	....1, 80.....	1,1666
70 et 80....	....1, 90.....	1,2000
90 et 100...	....2, 00.....	1,2333

Le nombre de courses n se déduira donc de ces données par la formule (1) de ce paragraphe. Par exemple, pour une machine de 25 chevaux, on trouvera que le piston doit faire

$$n = \frac{60V}{c} = 46,15$$

courses par minute.

On donne comme règle pratique que la longueur du balancier doit être égale à environ trois fois la course du piston moteur; que la bielle doit aussi être égale à trois fois la course du piston ou six fois la manivelle, et le diamètre du volant à trois ou quatre fois cette course, quand il est monté sur l'axe de la manivelle.

§ 581. *Rayon du cylindre à vapeur.* — Pour déterminer ce rayon, il faut connaître le volume de vapeur dépensé par

course de piston, quantité qu'on déterminera à l'aide des formules des §§ 565, 568, 570, 572, en tirant de ces formules la valeur de v en fonction du nombre de chevaux de force de la machine. Ce volume, qui exprime celui de la vapeur en plein, étant déterminé, il devra être égal au volume décrit par le piston, si la machine est à basse pression, ou en général à pleine pression, et si la machine est à détente, et que la détente se fasse dans le même cylindre, il devra être égal à la portion du cylindre parcourue par le piston pendant que la vapeur agit en plein.

On aura donc pour les machines à basse pression ou à pleine pression

$$\pi r^2 c = v\,;\ \text{d'où}\ r = \sqrt{\frac{v}{\pi c}}. \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Pour les machines à détente à un seul cylindre, m étant le rapport du volume après la détente au volume avant la détente, la portion de course parcourue avec la vapeur en plein étant égale à $\frac{c}{m}$, on a

$$\pi r^2 \frac{c}{m} = v\,;\ \text{d'où}\ r = \sqrt{\frac{mv}{\pi c}}. \quad . \quad . \quad (2).$$

Pour les machines de Woolf dans lesquelles la vapeur agit en plein dans un premier cylindre et se détend dans un second, le rayon du petit cylindre se déterminera par la formule (1), et le rayon du grand sera facile à déterminer puisqu'on sait d'avance de combien on veut faire détendre la vapeur, et que le volume du grand cylindre est alors égal à $m\,v$ ou à m fois le volume du petit cylindre.

§ 582. *Relation entre le diamètre d'un cylindre à vapeur et la force de la machine.* — On peut déduire de ce qui précède une formule commode pour la détermination du diamètre d'un cylindre à vapeur pour une machine déterminée, quand on connaît la force de la machine. En effet, pour les machines à basse pression, par exemple, on a, pour la force en chevaux, la formule (1) du § 565. Cette formule est

$$N = C\frac{nv}{4500}(f-f'); \text{ d'où}$$

$$v = \frac{4500\,N}{Cn\,(f-f')}.$$

Or, on vient de trouver pour le rayon du cylindre

$$r^2 = \frac{v}{\pi c},\ \text{ou}\ d^2 = \frac{4v}{\pi c}.$$

Substituant dans cette dernière équation, à la place de v sa valeur, et à la place de c la sienne (1), § 580, il vient, toutes réductions faites, n étant facteur commun aux deux termes,

$$d^2 = \frac{300\,N}{\pi\,C\,V\,(f-f')} \ldots. (1).$$

Cette formule sera toujours applicable à la détermination du diamètre du cylindre à vapeur, sous des conditions particulières données; en la simplifiant, on pourra surtout la rendre commode pour résoudre la même question dans des conditions invariables, comme il arrive lorsqu'on se propose de faire connaître une machine. Alors, par exemple, la force élastique de la vapeur peut être supposée égale à

$$1^{\text{at}}\,25 = 12913^{\text{k}} = f.$$

La force élastique dans le condenseur peut être supposée s'élever à

$$1500^{\text{k}} = f',$$

pour rester plutôt au-dessus qu'au-dessous du diamètre réel. Alors la formule prend la forme

$$d^2 = 0{,}0083\ 6704\ \frac{N}{CV}$$

et même, en adoptant par C la valeur 0, 50 qui est à peu près la moyenne des coëfficients signalés, § 565, et pour V la valeur 1^{m}, moyenne entre celles du tableau précédent, on transforme la formule précédente en celle qui suit :

$$d = 0,\ 129\sqrt{N} \ldots. (2).$$

Cette formule sera commode pour déterminer rapidement le diamètre d'une machine à basse pression, quand on donnera la force de la machine, et réciproquement.

Soit $N = 16$; on trouve

$$d = 0,129\sqrt{16} = 0^{m},516.$$

Ce nombre se rapproche beaucoup du véritable.

Soit $d = 0^{m},774$; on trouve

$$N = \frac{d^2}{0,129^2} = 36 \text{ chevaux.}$$

Nous proposerons également d'adopter le même coëfficient 0, 50 pour la formule générale (1). Cette formule serait alors réduite à un plus petit nombre de quantités variables, et à un coëfficient numérique très simple: elle devient

$$D^2 = \frac{191\,N}{V(f-f')} \ldots. \ (3).$$

Des formules analogues peuvent être préparées pour les machines des autres systèmes. Ainsi, pour les machines à détente et condensation, nous avons la formule (1) du § 568, d'où l'on tire

$$v = \frac{4500\,N}{C\,n\,f\left\{1 + e\,log.\frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1}\right\}}$$

D'autre part, nous avons

$$r^2 = \frac{m\,v}{\pi\,c} \text{ ou } d^2 = \frac{4\,m\,v}{\pi\,c}.$$

Substituant dans cette dernière formule, à la place de v sa valeur, et à la place de c la sienne, (1), § 580, il vient

$$d^2 = \frac{300\,N m}{\pi\,C{\cdot}V\,f\left\{1 + e\,log.\frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1}\right\}} \ldots \ (4).$$

Si, comme on vient de le faire, on pose des données nor-

males pour f, f' et f_1 ; si, par exemple, on suppose la vapeur à 3 atmosphères, la détente faite au quart de la course ; alors

$$f = 10330 \times 3 = 30990^k ; f_1 = \frac{30990}{4} = 7747^k,5 ; f' = 1500^k ; m = 4.$$

La formule devient

$$d^2 = 0{,}00562075 \frac{N}{CV}.$$

Et enfin si l'on adopte pour ces machines le coëfficient moyen $0,42 = C$, et pour vitesse V la moyenne 1^m, la formule prendra encore la forme commode

$$d = 0,116 \sqrt{N} \ldots\ldots (5).$$

Une machine de 25 chevaux a pour diamètre $d = 0^m,580$. En modifiant aussi la formule générale (4) eu égard au coëfficient C, en le faisant égal à 0, 42, la formule devient

$$d^2 = \frac{227\, N m}{V f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\}} \ldots (6).$$

En raisonnant de la même manière pour les machines à détente, sans condensation, et donnant pour base à la force élastique de la vapeur, 4 atmosphères, à la détente $\frac{1}{2}$, au coëfficient la valeur 0, 35, on trouve des formules analogues aux précédentes ; d'abord la formule générale

$$d^2 = \frac{273\, N m}{V f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\}} \ldots (7).$$

puis, en faisant

$$f = 4^{\text{atm.}} = 40320^k ; f_1 = \frac{f}{2} = 20160^k ; V = 1, m = 2,$$

on obtient

$$d = 0,107 \sqrt{N} \ldots\ldots (8).$$

Une machine de 25 chevaux a pour diamètre $d = 0^m, 535$.

Les mêmes considérations appliquées aux machines à haute pression sans détente ni condensation, conduisent à la formule

$$D^2 = \frac{191\,N}{(f - 10330)\,V} \;\ldots\ldots (9).$$

Les formules (3), (6), (7), (9), pourront être plus particulièrement appliquées aux machines établies, pour calculer leur force, mais alors il convient d'en tirer la valeur de N, et d'y substituer à la place de la vitesse V du piston, sa valeur $\frac{cn}{60}$ en fonction de la course et du nombre de courses, qui sont les données les plus commodes à saisir dans une machine en marche. Ces formules deviennent alors, toutes réductions faites :

Pour les machines à basse pression, le coëfficient admis étant 0, 50,

$$N = 0,00008726\, d^2 c\, n\, (f - f') \ldots\ldots (10).$$

Pour les machines à moyenne pression, à détente et condensation, le coëfficient étant 0, 42, et remarquant que $m = \frac{f}{f_1}$,

$$N = 0,00007342\, d^2 c n f_1 \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} \ldots\ldots (11).$$

Pour les machines à moyenne pression, à détente sans condensation, le coëfficient étant 0, 35, et remplaçant m par $\frac{f}{f_1}$,

$$N = 0,00006105\, d^2 c\, n f_1 \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} \ldots\ldots (12).$$

Pour les machines à haute pression, sans détente ni condensation, le coëfficient étant 0, 50,

$$N = 0,00008726\, d^2 cn (f - 10330) \ldots\ldots (13).$$

§ 583. *Volume du condenseur au minimum.* — Le condenseur doit avoir un volume capable de contenir l'eau

provenant de la vapeur condensée, l'eau qui a servi à la condensation, et de plus l'air que ces eaux contiennent. Cet air se dégage lorsque l'eau est portée à la température de l'ébullition dans la chaudière, et passe avec la vapeur dans le condenseur. Cet air est ensuite enlevé avec l'eau de condensation par la *pompe à air*, sans quoi sa force élastique nuirait à la marche du piston, et ne tarderait pas à s'opposer complétement à son mouvement, si on laissait cet air s'accumuler dans le condenseur.

Nous avons déterminé, §§ 573, 574, 575, 576, la quantité d'eau nécessaire à l'alimentation de la chaudière, soit par seconde, soit par force de cheval et par heure, ce qui représente aussi le poids de la vapeur dépensée. On pourra donc aisément connaître le poids de la vapeur dépensée par coup de piston, ou, ce qui est la même chose, par une oscillation ou par deux courses. Quoique la vapeur soit condensée à chaque course, et l'eau froide sans cesse injectée dans le condenseur, comme la pompe à air n'enlève qu'une fois cette eau sur deux courses du piston moteur, il faut que le volume du condenseur soit relatif à la quantité d'eau qu'il doit recevoir pour deux courses de ce piston moteur.

Le paragraphe 577 donné également le moyen de connaître le poids de l'eau nécessaire à la condensation, soit par seconde et par force de cheval, soit par heure; il sera facile d'en déduire la quantité par un coup de piston.

Ce dernier poids réuni à celui de l'eau d'alimentation donne le poids de l'eau qui doit entrer dans le condenseur par coup de piston. Cette eau contenait un vingtiéme environ d'air atmosphérique auquel il faut donner un espace suffisant pour lui permettre de se dilater et de ne pas gêner le mouvement du piston. En fixant, comme nous l'avons fait, à 1200 kil. la force élastique des gaz dans le condenseur, connaissant la température à laquelle on condense, on en déduira la force élastique de la vapeur saturée qui reste dans le condenseur en contact avec l'eau de condensation, et en la retranchant de 1200 kil., le reste sera la ten-

sion qu'il faudra donner à l'air. Connaissant alors le volume de cet air à la température et à la pression ordinaires de l'atmosphère, la formule (a) du § 530 nous fera connaître le volume de cet air à la température du condenseur et à la tension qu'on veut lui laisser. Ce volume joint à celui de l'eau d'alimentation ou de condensation et à celui d'injection, donnera le volume minimum du condenseur.

Pour éclaircir ce qui vient d'être dit par un exemple, reprenons celui du § 573 dans lequel on a trouvé 30 kil. pour le poids de vapeur à dépenser par cheval et par heure. En divisant par 60, on a le poids à dépenser par minute, ou $0^k, 5$. Si nous supposons 20 coups de piston par minute, la dépense par coup de piston sera le vingtième de 0, 5 ou $0^k, 025$.

On a trouvé, au § 577, que pour condenser cette vapeur il fallait 0, 741 mètres cubes d'eau à 15°. ou 741 kilogrammes par force de cheval et par heure, ce qui donne $12^k, 35$ par force de cheval et par minute, et $0^k, 6175$ par coup ou oscillation du piston. Ce poids, réuni à celui de l'eau de condensation, donne $0^k, 6425$ pour l'eau que doit renfermer le condenseur. Cette eau contenait primitivement le vingtième de son volume d'air, ou $0^l, 032125$. Cet air passe au condenseur où la température est de 40°; la vapeur y ayant une tension de 700 kil. environ, celle de l'air devra être de 500 kil., et pour trouver le volume de cet air à cette nouvelle température et à cette nouvelle tension, nous emploierons la formule (a) du § 530 dans laquelle nous ferons

$$v' = 0,032125\,;\; p' = 10330\,;\; p = 500;\; t = 40\,;\; t' = 15,$$

il viendra

$$v = 0^l, 73029.$$

Ce volume, réuni au volume de l'eau tant de condensation que d'injection, donne

$$1^{\text{ litre}}, 37279$$

pour le volume minimum du condenseur par force de cheval.

§ 584. *Dimensions de la pompe à air.* — La pompe à air étant destinée à enlever l'eau et les gaz qui se sont répandus dans le condenseur, et cette pompe étant aspirante, elle ne joue qu'une fois par oscillation du piston moteur, et doit par conséquent avoir un volume égal à celui du condenseur; à cause des fuites, ce volume sera augmenté d'un quart. Or, la course du piston de cette pompe est connue par une simple proportion, si l'on connaît le point d'attache de la tige sur le balancier et la course du piston moteur. Pour déterminer les dimensions de la pompe à air, il suffira donc de trouver son rayon. v étant donc le volume du condenseur, et c la course du piston de la pompe à air $= 0^m,75$, on aura

$$0,8\,\pi r^2 c = v. \text{ D'où}$$

$$r = \sqrt{\frac{v}{0,8\,\pi c}} \dots (1).$$

Ainsi, dans le paragraphe précédent, on a trouvé $1^{\text{litre}},37279$ pour le volume du condenseur par force de cheval Pour une machine de 20 chevaux, ce volume serait donc $27^{\text{litres}},4558$. Substituant dans (1), on trouve

$$r = 1,2069^{\text{décim.}}$$

pour le rayon minimum de la pompe à air.

§ 585. *Dimensions de la pompe alimentaire.* — La pompe alimentaire est celle qui injecte l'eau dans la chaudière. Elle doit donc fournir en eau à cette dernière le poids de la vapeur dépensée par la machine. En augmentant le volume de cette eau d'un quart, et l'égalant au volume de la pompe, on en déduira son rayon, puisqu'on peut toujours connaître la course de son piston par le point d'attache sur le balancier. On aura donc

$$\pi r^2 c = \frac{5}{4} v, \text{ ou } 0,8\,\pi r^2 c = v. \text{ D'où}$$

$$r = \sqrt{\frac{v}{0,8\,\pi c}} \dots (1).$$

Dans l'application du § 573, on dépensait 30 kil. de vapeur par force de cheval et par heure, et $0^k, 025$ par coup de piston et par force de cheval, à 20 coups par minute. Cette quantité, pour une machine de 20 chevaux serait $0^k, 5$. Faisant

$$c = 0^m, 8, \text{ on a } r = \overset{\text{décim.}}{0, 44}$$

pour le rayon de la pompe alimentaire.

§ 586. *Dimensions de la pompe de puits.* — La pompe de puits est destinée à alimenter d'eau froide la bâche qui fournit l'eau au condenseur. Ses dimensions se détermineront comme celles des pompes précédentes, et la même formule lui sera applicable, quand on connaîtra la quantité d'eau d'injection par un coup de piston. Cette quantité a été trouvée pour les divers systèmes de machines, § 577.

Dans une application de ce paragraphe, on dépensait 741 litres par force de cheval et par heure, ou $0^k, 6175$ par force de cheval et par coup de piston, à 20 coups par minute; et pour une machine de 20 chevaux, $12^k, 35$. On aura donc

$$r = \sqrt{\frac{12,35}{0,8\,\pi c}} = \sqrt{\frac{12,35}{0,8\,\pi . 0,8}} = \overset{\text{décim.}}{2, 4784}.$$

§ 587. *Dimensions des soupapes de sûreté.* — Les *soupapes de sûreté* sont placées sur les chaudières pour prévenir les explosions. Lorsque, par une cause quelconque, l'alimentation de la chaudière n'a pas été bien faite, il peut arriver que les parois de la chaudière qui sont exposées à l'action du feu ne soient pas recouvertes par l'eau. Dans ce cas, § 522, la température de ces parois s'élève, et peut même passer au rouge. Une certaine quantité d'eau froide arrivant alors subitement dans la chaudière, il se développe une énorme quantité de vapeur à haute tension, qui fait effort pour se frayer une issue, et qui peut produire la rupture de la chaudière.

Il ne serait pas suffisant d'offrir une issue d'une grandeur quelconque à la vapeur, car il pourrait arriver que sa vi

tesse fût trop grande pour qu'il s'en écoulât une quantité telle que sa tension dans la chaudière ne fût plus à craindre. Il sera donc nécessaire de calculer l'aire de ces soupapes. Elle sera déterminée par cette condition que la vapeur trouve un orifice capable de laisser écouler dans un temps donné celle qui peut se produire dans le même temps. Soit, par exemple, p le poids de la vapeur que peut produire une chaudière dans une seconde. En quadruplant ce poids, on a la quantité qui peut s'en développer dans le cas où le feu aurait été activé d'une manière extraordinaire, ce qui donne $4p$. Ce poids, divisé par la densité d de la vapeur, § 543, donnera le volume en mètres cubes, et ce volume exprimera la dépense qui se ferait par l'orifice de la soupape. Egalant cette dépense à l'air de l'orifice multiplié par la vitesse V de la vapeur à la sortie, on aura, en appliquant le coëfficient m, § 457, selon la forme de l'orifice

$$m\pi r^2 V = \frac{4p}{d}.$$

La vitesse V se déterminera par la formule (a) du § 446, et l'on tirera de cette équation la valeur de r

$$r = \sqrt{\frac{4p}{m\pi d V}} \ldots\ (1).$$

Application : Au § 573 on a trouvé 30^k pour la quantité de vapeur à fournir par heure et par force de cheval. Pour une machine de 20 chevaux on aurait donc 600^k par heure et $0^k, 1666\ldots$ par seconde. D'où

$$4p = 0^k, 666\ldots$$

Si l'on veut que la vapeur ne dépasse pas 2 atmosphères, la formule (a) du § 446 donne

$$V = \sqrt{\frac{2g(P-p)}{d}} = 427^m, 6,$$ P étant égal à

2×10330, p à 10330 et d à $\dfrac{0,81.2}{1+k.121^\circ,4} = 1^k\,1132$, § 543.

Faisant $m = 0,61$ on obtient enfin

$$r = 0^m,03344.$$

Tel serait le rayon minimum de la soupape.

Il est prudent de ne pas s'en tenir à ces dimensions, et d'augmenter l'ouverture des soupapes, ou d'en placer plusieurs sur la chaudière.

L'ouverture étant déterminée, nous nous proposerons actuellement de trouver le poids qu'il faut placer à l'extrémité du levier qui maintient la soupape fermée. Soit q ce poids, en y comprenant le poids du levier lui-même rapporté à l'axe a (*fig.* 286), o l'aire de l'ouverture, p la force élastique de la vapeur dans la chaudière, L la distance ab, l la distance ac, r le rayon du tourillon de l'axe a, et f le rapport du frottement à la pression pour l'axe et ses coussinets. Le moment de la force op, ou opl, doit être égal, pour l'équilibre, à la somme des moments du poids q et du frottement sur l'axe a. Le premier est égal à qL, le second est égal à la pression sur l'axe, dont la valeur est

$$op - q,$$

multipliée par le rayon du tourillon et par le rapport f du frottement à la pression, ou égal à

$$(op - q)\,rf. \text{ Donc}$$

$$opl = qL + (op - q)\,rf. \text{ D'où } q = \frac{op\,(l - fr)}{L - fr} \ldots\text{. (2)}$$

Application : Nous venons de trouver pour le rayon d'une soupape $0^m,03344$. Soit

$$L = 0^m,5;\ l = 0^m,1;\ r = 0^m,004;\ f = 0,1.$$

On a d'ailleurs $p = 2^{at}$ en kilogrammes. Substituant dans (2),

$$q = 14^k,47.$$

On voit que l'équation (2) peut également servir, à défaut du manomètre, à déterminer la tension de la vapeur dans la chaudière, en tirant la valeur de p.

§ 588. *Dimensions des conduits de la vapeur.* — On donne aux conduits qui amènent la vapeur au cylindre un diamètre égal à $\frac{1}{5}$ de celui du cylindre, ou une surface égale au 25^e de celle du piston moteur. On peut d'ailleurs déterminer ce rayon en cherchant la vitesse de la vapeur dans ces conduits; elle est due à la différence de tension qu'elle a aux deux extrémités du tuyau, différence qu'on peut évaluer à $\frac{1}{20}$ de la force dans la chaudière. Cette vitesse sera donnée par la formule (a) du § 446. En divisant la dépense de vapeur en une seconde par cette vitesse, on aura l'aire de la section du tuyau, et l'on en conclura son rayon.

§ 589. *Dimensions des chaudières.* — Nous avons trouvé, § 578, le volume que doit occuper la vapeur dans la chaudière, et § 579, le volume de l'eau; d'où l'on pourrait conclure le volume de la chaudière. La détermination du volume de l'eau ne présentant pas une grande exactitude, on se contentera, pour les chaudières des machines à basse pression, chaudières dites à charriot (*fig.* 287), de faire le volume total égal à trois fois l'espace occupé par la vapeur.

Dans les chaudières à bouilleurs (*fig.* 288), le grand cylindre ne doit être qu'à moitié plein; les bouilleurs ont ordinairement

$$0^m,25 \text{ à } 0^m,30 \text{ de diamètre.}$$

L'épaisseur des chaudières est réglée par une formule, d'après leur diamètre et la force de la vapeur. En appelant e cette épaisseur, exprimée en millimètres, d le diamètre exprimé en centimètres, et n le nombre d'atmosphères qui indique la plus forte tension à laquelle la chaudière doit être exposée, on doit employer la relation

$$e = 0,018\, d\,(n - 1) + 3 \ldots\ldots (1),$$

d'où l'on déduira l'une quelconque des quantités e, d ou n, quand les deux autres seront données; mais on observera que pour que le métal transmette bien la chaleur, et ne se

brûle pas, il convient de ne jamais faire e plus grand que 14 millimètres, ce qui obligera de ne pas donner aux chaudières à haute pression un diamètre trop grand, dont la limite supérieure sera fournie par la formule ci-dessus, en y faisant $e = 14$ millimètres, et en donnant à n la valeur qui conviendra à la tension que l'on veut employer.

§ 590. *Surface de chauffe.* — On nomme *surface de chauffe* d'une chaudière l'étendue de sa surface qui est exposée à l'action du feu.

Des expériences paraissent établir qu'une chaudière en fonte laisse passer par mètre carré environ 20 à 25 mille calories par heure, par conséquent cette surface produira

$$\frac{20000}{650} \text{ à } \frac{25000}{650}$$

ou 30 à 38 kilogrammes de vapeur par heure. Dans les chaudières de Watt on ne compte guères que sur 30 kil., et dans celles de Woolf sur 36 kil. de vapeur par mètre carré et par heure. Connaissant donc la quantité de vapeur à produire par heure, il sera facile de calculer la surface de chauffe. Il suffira de diviser cette quantité par 30 ou 36.

§ 591. *Dimensions des grilles.* — La couche de houille répandue sur la grille d'un fourneau ne doit pas avoir plus de $0^m,05$ à $0^m,06$ d'épaisseur. Les barreaux qui forment la grille doivent avoir un vide égal à $\frac{1}{7}$ de l'aire totale de la grille, et leur écartement doit être d'environ $0^m,025$. Dans ces circonstances, on brûle par mètre carré et par heure 40^k de houille; par conséquent, pour chaque kilogramme de houille à brûler par heure, il faudra donner $\frac{1}{40}$ ou $\overset{\text{m. carré}}{0,025}$ de surface à la grille. Les barreaux doivent être en fonte, et présenter dans le sens transversal la forme d'un trapèze dont la plus large base est en haut pour faciliter le dégagement des crasses. Le fond du cendrier doit toujours être mouillé d'eau pour empêcher l'échauffement qui nuirait au tirage.

La distance de la grille à la chaudière ou aux bouilleurs doit être de $0^m,30$ à $0^m,40$.

La grille occupe une longueur d'environ le tiers de celle de la chaudière.

Si l'on brûle du bois, la grille doit avoir un mètre carré de surface, par 80 à 90 kil. de bois consommé par heure, avec $\frac{1}{4}$ d'ouvertures libres. Dans ce cas, on entasse les bûches les unes au-dessus des autres, afin qu'il ne pénètre pas d'air dans le foyer, et l'on donne à celui-ci environ $\overset{\text{m. c.}}{0,015}$ de capacité par kilog. de bois à brûler, la hauteur du foyer au-dessus de la grille étant alors de $0^m,5$ à $0^m,6$.

§ 592. *Dimensions des carneaux et de la cheminée.*— L'aire des sections des carneaux et de la cheminée doit être partout la même, sans rétrécissement, et les coudes inévitables sont arrondis; on lui donne $\frac{1}{5}$ de l'aire totale de la grille, quand la cheminée a 30^m de hauteur, et $\frac{1}{4}$ quand elle n'a que 10 à 15 mètres.

Le fond du premier carneau doit être à $0^m,10$ au-dessus de la grille, quand on brûle de la houille.

La hauteur qu'on peut donner aux cheminées dépend de beaucoup de circonstances, mais dans tous les cas, il est toujours avantageux de leur donner la plus grande élévation possible. Leur hauteur doit varier entre 18 et 36 mètres.

Il est inutile de multiplier les carneaux autour de la chaudière, il suffit que la flamme chauffe le fond et circule une fois sur tout le développement. La cheminée doit être aussi près que possible du fourneau. Dans les bons fourneaux la température du bas de la cheminée est de 550 à 600° pour les cheminées de 30^m de hauteur ; quand la température n'est que de 300 à 350, le tirage ne se fait pas bien.

Lorsque les proportions que nous venons d'indiquer sont observées, et que le feu est conduit par un bon chauffeur et alimenté avec de bonne houille, on obtient dans les chaudières de Watt comme dans celles de Woolf, 6 à 7 kilog. de vapeur par kilog. de charbon brûlé.

§ 593. *Calcul de l'effet utile d'une machine à vapeur au moyen du frein.* — Le frein dynamométrique de M. de Prony est un appareil propre à mesurer l'effet utile d'une machine.

Il consiste en un levier *ab* (*fig.* 289) garni d'un coussinet *e* qui repose sur l'arbre tournant *c*, auquel la direction du levier est perpendiculaire. Une autre pièce *a' b'*, placée sous l'arbre, est réunie à la première *a b* par deux boulons *dd*, au moyen desquels on peut serrer à volonté l'arbre entre les pièces *a b* et *a' b'*. De la compression de l'arbre *c* entre les mâchoires du frein, résulte à sa circonférence un frottement, qui pendant le mouvement tend à entraîner le levier *ab* et à le faire participer à la rotation de l'arbre; mais un poids *P*, constant, s'il agit à une distance variable de l'axe *c*, ou variable s'il est posé dans un plateau fixé au bout de l'arbre, s'oppose au mouvement du levier, et fait constamment équilibre au frottement qui se développe sur la circonférence de l'arbre; c'est ce dont on s'assure dans l'expérience, en faisant varier le poids *P* ou sa distance à l'axe *c*, de manière que le levier *a b* soit toujours horizontal, ou n'oscille que faiblement au-dessus ou au-dessous de cette position.

La machine étant parvenue à la vitesse du régime qu'on veut obtenir, il est évident que le travail transmis à l'arbre sera égal à celui du frottement. Ce dernier se mesure par le frottement proprement dit multiplié par le chemin parcouru par son point d'application. En appelant *F* ce frottement, *n* le nombre de révolutions de l'arbre en 1'; *r* le rayon de l'arbre, le travail du frottement sera

$$\frac{F \cdot 2\pi r \cdot n}{60};$$

mais le poids P, placé à l'extrémité du levier $a\,b$ à une distance horizontale l de l'axe c, et dans lequel nous comprendrons la composante du poids propre du levier qui agirait à la même distance pour le faire baisser, ce poids étant disposé de manière à faire sans cesse équilibre au frottement F, on aura

$$P\,l = F\,r,$$

et substituant, dans l'expression précédente, à la place de F, sa valeur tirée de cette équation, il viendra pour le travail par seconde

$$\frac{2\pi r n.\,P\,l}{60\,r} = \frac{2\pi l P n}{60}.$$

En divisant par 75, nous aurons le nombre de chevaux N de la machine, ou

$$N = \frac{2\pi l P n}{4500} \;\ldots\ldots\; (1).$$

On voit donc que ce travail est indépendant du rayon de l'arbre et de la valeur du frottement, et qu'il suffit, pour faire une observation, de faire varier la pression en serrant ou desserrant les boulons $d\,d$, et en augmentant ou en diminuant proportionnellement le moment du poids P, jusqu'à ce que l'arbre ait pris la vitesse de régime sous laquelle on veut opérer.

On peut remplacer le poids P par une corde attachée à un dynamomètre fixe, dont la flexion indique l'effort nécessaire pour faire équilibre au frottement à chaque instant. Mais les oscillations du levier et du dynamomètre rendent l'observation difficile.

Les localités s'opposent quelquefois à l'emploi de la pièce inférieure $a'\,b'$; dans ce cas, et souvent même seulement pour embrasser l'arbre sur une plus grande étendue, on la remplace par une bande de tôle mince, demi-circulaire, qui s'accroche aux boulons $d\,d$. Mais cette bande, qui doit résister à une tension considérable, est rarement assez flexible pour s'appliquer exactement sur tout le pourtour de

l'arbre, de sorte que l'on n'est pas certain que la pression se répartisse sur une surface assez considérable pour que les corps en contact ne se rôdent pas, ce qui offre des inconvénients, parce que les particules enlevées s'accumulant entre l'arbre et la bride, occasionnent des inégalités de résistance qui augmentent les secousses du levier.

Lorsqu'on a à opérer sur de petits arbres, comme le frottement doit alors être plus considérable, puisque le chemin parcouru dans le même temps est plus petit, et que d'ailleurs on ne trouve pas toujours sur ces arbres des parties tournées ou qui puissent l'être facilement, il convient donc de monter sur l'arbre un manchon en fonte, qu'on centrera facilement, et qu'on arrêtera sur l'arbre à l'aide de calles bien serrées.

§ 594. *Description des chaudières. Calcul du contre-poids du flotteur.* — La figure (1) de la planche X représente une chaudière à basse pression. *A* est la chaudière. On voit la moitié de la porte du foyer en *B*, et le combustible repose sur les barres du foyer *G*, et contre le fond *F*; la flamme passe en *F* et sous le fond de la chaudière, s'élève en *H*, et retourne dans le conduit latéral de gauche, passe autour de l'extrémité par le conduit *I* et le long du conduit latéral de droite, et rejoint la cheminée en *L*. Un registre horizontal règle l'ouverture de la cheminée, pour augmenter ou diminuer le tirage à volonté. La porte du cendrier *C* doit fermer hermétiquement, et l'air, pour l'entretien du feu, doit entrer par un passage *E*, dont l'ouverture est réglée par la force de la vapeur, agissant par la chaîne *nn*. Dans la figure, l'air est supposé entrer par le grillage en *D*; l'eau entre par le tuyau *MN*, le bout *N* étant recourbé le long du fond de la chaudière, pour que l'eau acquière de la chaleur avant de se mêler avec le reste; cette alimentation est réglée par le flotteur *c*.

Pour déterminer le contre-poids du flotteur, soit p son poids et P le poids du flotteur, l et L les bras de levier de ces poids. Lorsque le flotteur plonge dans l'eau, il perd une

portion de son poids, et si son volume est V, et qu'il plonge à moitié dans l'eau, le poids de l'eau déplacée sera

$$\frac{1}{2} V.\ 1000^{k}.$$

Le flotteur ne pèsera donc plus que

$$P - \frac{1}{2} V.\ 1000.$$

L'équilibre du levier donne alors

$$pl = L\left(P - \frac{1}{2} V.\ 1000\right)$$

d'où l'on tirera la valeur de p.

La vapeur passe à la machine par le tuyau S, et quand elle est en surabondance, elle passe par la soupape de sûreté V, et par le tuyau TW. La soupape intérieure, ou rentrante, est placée au trou d'homme ab; elle est destinée à faire rentrer l'air lorsque, par le refroidissement, le vide s'est fait dans la chaudière. Le manomètre est en h; il est métallique et par conséquent muni d'un flotteur à aiguille pour indiquer les différences de niveau dans les deux branches. En ki sont les robinets d'épreuve, l'un devant donner de l'eau et l'autre de la vapeur. Un autre robinet est en R pour vider la chaudière. En face de chaque conduit de la fumée comme en Q, il doit y avoir une ouverture en regard pour le nettoyage.

La fig. 288 représente une coupe d'une chaudière cylindrique à bouilleurs. Ces derniers sont des tubes qui ont la longueur de la chaudière et qui y sont réunis par de courtes tubulures. Il est de toute nécessité d'employer les chaudières cylindriques lorsqu'on opère à haute pression; la forme des chaudières rectangulaires ne présenterait pas une résistance suffisante.

Quelle que soit la forme des chaudières, elle ne paraît pas avoir une grande influence sur les produits. Toutes donnent

environ 6 kilogrammes de vapeur par kilogramme de houille brûlée.

§ 595. *Appareil alimentraire à basse pression.* — La fig. 1 de la planche X, nous montre l'appareil alimentaire employé pour les machines à basse pression. Lorsque le niveau baisse dans la chaudière, le flotteur *c* fait lever la soupape *s*, et l'eau du réservoir d'alimentation s'introduit dans la chaudière. Ce réservoir doit être placé à une hauteur assez grande pour équilibrer la force de la vapeur. Cette hauteur sera celle d'une colonne d'eau faisant équilibre à la différence entre la tension de la vapeur et la pression atmosphérique.

Lorsqu'on agit à haute pression, il faudrait une colonne d'eau trop considérable pour mettre la vapeur en équilibre; dans ce cas, on injecte l'eau dans la chaudière à l'aide de la pompe alimentaire elle-même.

§ 596. *Appareil alimentaire à haute pression.* — La fig. 290 représente un appareil propre à alimenter la chaudière lorsqu'on opère à haute pression. La pompe alimentaire refoule l'eau dans la chaudière par le tuyau *D*, à travers la soupape *A*; mais quand l'eau s'élève trop, le flotteur en cuivre *F* ferme la soupape, et ouvre l'autre soupape *B* du tuyau de décharge, par lequel l'excédant s'échappe.

§ 597. *Pompe alimentaire.* — Quel que soit le mode d'alimentation, il faut toujours employer une pompe alimentaire, dans les machines à basse pression, pour élever l'eau dans la cuvette d'eau chaude jusqu'au réservoir d'alimentation; dans les machines à moyenne ou à haute pression, pour injecter l'eau dans la chaudière. Cette dernière pompe est représentée (*fig.* 291), *o* est le tuyau d'aspiration amenant l'eau du condenseur dans le corps de la pompe alimentaire; *d* est la soupape d'injection, *e* la soupape d'aspiration; *l* est le piston et *t* le corps de pompe. Lorsque le piston s'élève la soupape *e* s'ouvre, la soupape *d* reste fermée, et l'eau chaude s'introduit dans le corps de pompe. Lorsque le piston

s'abaisse, la soupape *e* se ferme, *d* s'ouvre, et l'eau est injectée dans la chaudière par le conduit *f*.

§ 598. *Robinets, soupapes, tiroirs.* — On se sert, pour distribuer la vapeur dans le cylindre, de robinets, de soupapes et de tiroirs. Dans la figure 292 on voit un robinet à quatre ouvertures qui distribue alternativement la vapeur par les conduits *t* et *b* au-dessus et au-dessous du piston, dans une machine à haute pression. La machine est en partie dans la chaudière dont *D* est le dessus. La vapeur vient de la chaudière en *S* et passe du conduit *Vt* au-dessus du piston; la vapeur qui est au-dessous s'échappe, par le passage *b* et le conduit *a* et *E*, dans l'atmosphère; le tuyau *E* est entouré par de l'eau que la vapeur, en sortant, réchauffe à l'usage de la chaudière. En tournant le robinet, le mouvement se fait en sens contraire.

Le robinet précédent ne pourrait être employé pour la détente de la vapeur. Mais en divisant les intervalles de telle manière que la partie pleine de chaque côté de l'ouverture par laquelle la vapeur passe au condenseur, soit double de cette même ouverture, le robinet pourra être mû en deux reprises, de sorte que le premier mouvement interceptera la vapeur, et laissera le passage libre au condenseur jusqu'à l'instant du second mouvement. Dans la fig. 293 *T* mène au-dessus du piston, *B* au-dessous, *C* au condenseur; la vapeur arrive par *S*. Dans la première position, la vapeur passe au-dessus du piston; dans la deuxième elle est interceptée. Ce robinet reçoit donc deux mouvements à chaque course du piston.

Dans la fig. 284 on a un exemple de l'emploi des soupapes à soulèvement.

Les soupapes à tiroirs étant généralement adoptées aujourd'hui, nous donnerons leur description détaillée.

Les tiroirs sont *à garniture*, ou *sans garniture*. Lorsqu'on ne doit pas détendre la vapeur, le tiroir à garniture est construit comme dans la fig. 294. Une boîte *B* qui occupe toute l'étendue du cylindre, et qui est fixée sur lui; reçoit

la vapeur à son arrivée par le tuyau *S*. Le tiroir est une cavité cylindrique ayant la forme d'un *D* qui s'applique sur le cylindre, et dont l'étendue verticale *b b'* est égale à la distance extérieure des deux ouvertures *o* et *o'*, de sorte que, lorsque le tiroir est au haut de sa course en *T T'*, la vapeur de la boîte circule dans la partie intérieure *I* de ce tiroir et passe au-dessus du piston. Celle de dessous passe par le conduit *o'* et se rend au condenseur. Lorsque le piston est au bas de sa course, le tiroir reçoit un mouvement et prend la position *t t'*, qui permet à la vapeur de la boîte de passer par le conduit *o'* au-dessous du piston. Pendant ce temps, la vapeur du dessus trouve un tuyau *C C'* lié au tiroir, et qui la conduit au condenseur. De l'étoupe placée en *E E'* ne permet pas à la vapeur de la boîte de pénétrer dans les espaces *C* et *C'*, au-dessus et au-dessous du tiroir.

Dans le tiroir précédent, la vapeur agit dans son intérieur et tend à l'éloigner du cylindre et à diminuer le frottement, mais en augmentant le jeu. Cet inconvénient est peu de chose quand les pièces sont très bien ajustées. On peut d'ailleurs employer la disposition inverse représentée dans la fig. 295 où le tiroir est sans garniture. *o* et *o'* sont les conduits qui mènent au-dessus et au-dessous du piston, *c* au condenseur. *S* tuyau d'apport de la vapeur dans la boîte *B*. Le tiroir *T* reçoit la vapeur du dessus du piston, et la mène au condenseur, tandis que celle de la chaudière passe librement de la boîte au-dessous du piston.

Le mouvement de ce tiroir est inverse de celui du piston. Le tiroir à garniture se meut dans le même sens que le piston.

Il est aisé de voir que dans ces diverses dispositions on ne peut intercepter la vapeur à une époque quelconque de la course du piston, si l'étendue intérieure du tiroir est égale à la distance intérieure *d d'* des deux ouvertures *o* et *o'*; car si l'une d'elles se trouvait fermée par la partie pleine du tiroir, pour laisser le piston achever le reste de sa course, l'autre ouverture qui doit conduire la vapeur au condenseur

se trouverait également fermée par l'autre extrémité pleine du tiroir, la condensation ne s'opérerait pas, et le piston s'arrêterait.

Mais en donnant au tiroir la disposition de la fig. 296, c'est-à-dire en faisant ce tiroir d'une longueur intérieure plus petite que la distance intérieure entre deux ouvertures, on pourra intercepter la vapeur à une époque quelconque de la course, en imprimant deux mouvements à la tige de ce tiroir. Dans la première position (*a*) le tiroir est représenté lorsque la vapeur passe au-dessus du piston. Dans la deuxième position (*b*), le tiroir a reçu un mouvement, la vapeur est interceptée, et celle du dessous du piston ne cesse pas d'être en communication avec le condenseur par le tuyau *E*. Dans la troisième position (*c*), le deuxième mouvement est donné au tiroir, et la vapeur est mise en communication avec le dessous du piston, tandis que celle du dessus communique au condenseur par le tuyau *EE*.

La même disposition est appliquée au tiroir sans garniture dans la fig. 297.

Il existe une modification importante qu'on fait subir aux tiroirs avec ou sans détente dans toutes les machines, excepté dans les machines à deux cylindres, dites de Woolf. Voici en quoi consiste cette modification pour les tiroirs sans détente, ou plutôt pour ceux qui sont manœuvrés par un excentrique circulaire monté sur l'arbre de couche, comme celui qui a été décrit dans la première partie. La marche du tiroir mû par cet excentrique est continue, puisqu'il n'y a pas de partie concentrique à l'arbre comme dans l'excentrique que nous décrirons au paragraphe suivant. Malgré ce mouvement continu qui paraîtrait devoir s'opposer à la détente de la vapeur, on parvient pourtant à l'opérer vers la fin de la course du piston, et c'est en cela que consiste la modification. Il faut, pour obtenir la détente dans ce cas, faire la bande plane du tiroir supérieure à la hauteur de l'orifice, d'une quantité d'autant plus grande que la détente doit être prolongée plus longtemps. En effet, en

opérant ainsi, à une certaine époque du mouvement du tiroir, sa bande étant plus large que l'orifice, intercepte la communication de la vapeur avec le cylindre, et la détente s'opère jusqu'à ce que ce même orifice soit démasqué au condenseur. Cette circonstance a bientôt lieu, mais l'ouverture de l'autre orifice à la vapeur n'est pas encore établie. A l'instant où cette communication est opérée, le piston doit être arrivé à la fin de sa course, et libre de recevoir l'action de la vapeur de l'autre côté. Dans le montage de la machine, la position de l'excentrique par rapport à la manivelle doit être réglée de manière à obtenir cette dernière position avec beaucoup de précision, car de là dépend toute la régularité de la marche de la machine.

Dans le tiroir de la fig. 294, par exemple, le piston est en marche pour descendre, puisque la communication avec la vapeur est entièrement établie. Le tiroir quittant cette position pour descendre aussi, le point *m* viendra bientôt en *d*, l'orifice sera masqué, et la détente s'opérera jusqu'à ce que le point *b* ait atteint le point *o*. A cet instant, le point *b'* aura atteint le point *o'*, la condensation sera interrompue au-dessous du piston, et elle commencera au-dessus; mais l'orifice du bas du cylindre ne s'ouvrira pas encore à la vapeur, à cause de l'excès de la bande plane du tiroir sur l'orifice. Aussitôt que le point *b'* aura dépassé le point *o'* de cette différence, le piston devra être à la fin de sa course, et la vapeur s'introduira au-dessous de lui.

La différence entre la bande plane du tiroir et la hauteur des orifices ou lumières, se nomme *recouvrement* du tiroir.

On voit qu'en agissant ainsi, la condensation de la vapeur dans une partie du cylindre précède toujours le mouvement du piston en sens contraire, et la vapeur se détend un peu vers la fin de la course. La quantité dont le mouvement du tiroir précède ainsi celui du piston, s'appelle *avance à la condensation*.

La détente à la fin de la course et l'avance à la condensation produisent des effets d'une importance réelle dans les

machines à basse pression. Comme nous l'avons vu dans la première partie, le mouvement alternatif de la tige du piston serait essentiellement vicieux, si sa vitesse n'était point ralentie vers le commencement et la fin de sa course; de sorte que ce ne doit être que par degrés insensibles que ce piston arrive au repos ou prenne toute la vitesse qu'il doit acquérir. La détente à la fin de la course permet d'éteindre ce mouvement aussi lentement qu'on le désire, et la faculté de condenser immédiatement avant le mouvement du piston en sens contraire, favorise encore cette extinction. Enfin, l'orifice qui donne passage à la vapeur dans le cylindre, ne se démasquant que successivement à la vapeur, le piston ne passe pas brusquement d'une vitesse nulle à une vitesse finie (*).

Les rapports de grandeur entre les bandes des tiroirs, la hauteur des orifices et celle des plaques de friction nous conduisent à fixer d'une manière précise les dimensions des tiroirs, quand on a arrêté celles des orifices et des plaques de friction du cylindre. Ainsi, fig. 294, puisque le point *b*, en descendant doit, arrivé au point *o*, donner passage à la vapeur au condenseur, quand le point *b'* l'intercepte de l'autre côté, en arrivant en même temps en *o'*, il s'ensuit que la longueur du tiroir doit être égale à la distance *o o'*. La bande *b m* sera supérieure à l'orifice, et son creux *m m'*, une fois cette bande arrêtée, sera égale à la longueur *b b'* ou *o o'* diminuée de deux fois la bande. L'amplitude du mouvement ayant lieu de *b* en *t*, la course du tiroir, nécessaire à connaître pour construire l'excentrique, est évidemment égale à deux fois la bande. De même, dans le tiroir de la fig. 295, le point *m'* venant en *d'* pour commencer la condensation, le point *m* doit être arrivé en *d* pour l'intercepter de l'autre côté, et la bande *bm* doit être supérieure à *o d* pour empêcher la vapeur d'entrer. Par suite de ce recouvre-

(*) Pour plus de développements sur ces circonstances du mouvement des machines, on peut consulter l'ouvrage de M. Campaignac : *de l'État actuel de la navigation par la vapeur.*

ment, l'expansion de la vapeur a lieu, en même temps que sa condensation. Cela nous fait voir que le tiroir doit comprendre la distance *dd'* plus deux bandes, c'est-à-dire quatre bandes plus l'orifice du condenseur, les plaques de friction *d, d'* devant être égales aux bandes. La partie creuse du tiroir s'en déduit; quant à la course, elle est encore évidemment égale ici au double de l'une des bandes du tiroir.

Les tiroirs des fig. 294 et 295 s'appellent *tiroirs à détente fixe.*

Pour déterminer les dimensions du *tiroir à détente variable* de la fig. 297, nous remarquerons qu'il faut encore ici donner de l'avance à la condensation, et que l'amplitude du mouvement du tiroir dans le même sens a deux périodes. Or, la bande *m' b'* du tiroir devant s'appliquer sur la plaque de friction *d'*, pour laisser entièrement libre le passage à la vapeur par l'orifice *o'* et son passage de *o* au condenseur *c*, et le point *m* de l'autre bande devant arriver en *o*, lors du premier mouvement du tiroir qui intercepte la vapeur, afin de pas gêner encore la condensation par l'orifice *o*, ces considérations nous fixent exactement sur les dimensions du tiroir. En effet puisque, pour la détente, la bande *m' b'* doit recouvrir l'orifice *o'*, il faut que cette bande descende d'une hauteur d'orifice. Pour qu'elle recouvre plus exactement, on a coutume de donner à cette bande un peu plus de hauteur qu'à l'orifice. Afin donc que la bande dépasse également l'orifice des deux côtés, la descente totale du tiroir dans ce premier mouvement devra être d'un orifice augmenté de la moitié du recouvrement. Cela posé, toutes les parties du tiroir devant se mouvoir de la même quantité, le point *m*, pour arriver en *o*, devra en être distant de l'amplitude de ce mouvement. La grandeur de la ligne *mo* fait connaître toutes les dimensions du tiroir, car pour avoir le creux, il suffit d'ajouter à *mo* la grandeur *om'* prise sur le cylindre, et au creux d'ajouter deux bandes pour avoir la longueur totale (*).

(*) On trouvera les dimensions à donner aux orifices dans le Traité de M. Plaisant *sur les tiroirs de machines à vapeur.*

La position (b) ferait également connaître la grandeur du creux.

Ce tiroir donne également de l'avance à la condensation, et il présente cette particularité que vers la fin de la course, la condensation s'opère des deux côtés du piston en même temps. En effet, quand le point m quitte le point o pour intercepter la condensation en d, le point m' quitte sa position (b), et démasque presque immédiatement l'orifice o' au condenseur. Pendant ce mouvement très court, et marqué par la moitié du recouvrement, la détente continue de s'opérer, mais le point m parti de o, n'a pas le temps d'arriver en d que la condensation se produit aussi de l'autre côté. Cette circonstance est encore favorable à ce que nous avons dit du mouvement du piston, en ce sens que ce dernier n'étant pressé que d'un côté, il n'achève sa course qu'en vertu de la vitesse qu'il a acquise dans son mouvement accéléré.

Le tiroir complétant son second mouvement, le point m atteint bientôt le point d. Alors la condensation est arrêtée au-dessus du piston, elle augmente au-dessous par l'orifice o' qui se démasque successivement, mais la vapeur ne s'introduit au-dessus du piston que lorsque le point m a dépassé le point d du recouvrement. Le point m' affleure alors le point o', et c'est même à cette position que doit correspondre sur l'excentrique le *point mort* de la manivelle du piston, c'est-à-dire que le piston doit être au plus haut de sa course. Le piston commence à descendre, et le tiroir continue encore à descendre jusqu'à ce que b' se soit éloigné de o' d'une quantité égale à mo, pour ensuite reprendre immédiatement la première période de son mouvement en sens contraire.

On tirerait les mêmes conclusions pour le tiroir à garniture et à détente variable de la fig. 296, et la longueur (b), serait égale à la distance oo' prise sur le cylindre, augmentée de la moitié du recouvrement.

Il est aisé de voir que dans ces deux tiroirs, l'amplitude du second mouvement est égale à une bande plus l'orifice, puisque le point m (a) fig. 297, doit arriver de o en g. L'am-

plitude du premier mouvement étant un orifice plus la moitié du recouvrement, il est très facile de vérifier que cette dernière quantité est la moitié de la première. Les mouvements du tiroir sont donc doubles l'un de l'autre.

L'amplitude totale de la course, nécessaire pour construire l'excentrique, est donc égale à la somme de ces mouvements, c'est-à-dire à deux orifices, plus une bande, plus la moitié du recouvrement.

Les tiroirs des machines à deux cylindres ne présentent pas cette particularité de l'excès de la bande sur l'orifice; en voici la raison : Quand la vapeur a cessé d'agir au-dessus du petit piston, par exemple, il faut qu'elle soit immédiatement mise en communication avec le dessous du grand, pour que la vapeur qui va affluer sous le petit piston ne soit pas contrariée dans son action. On ne peut donc pas ici donner d'avance à la condensation, et les parties pleines des tiroirs et des cylindres sont égales aux orifices. La fig. 298 représente les tiroirs d'une machine de Woolf. La description de leur marche est donnée § 602.

Ce genre de tiroir se nomme *tiroir normal.*

Comme on a pu le voir par ce qui précède, le mouvement du piston est tellement lié à celui du tiroir, que si dans l'origine du montage de la machine, on néglige de répérer ces deux mouvements d'une manière précise, on comprend qu'il est aisé de perdre ainsi tous les avantages que nous avons signalés, quand les positions relatives du piston et du tiroir sont parfaitement arrêtées. M. Campaignac considére les erreurs de ce genre comme devant « altérer gravement » le jeu des machines, diminuer leur effet utile, et consom- » mer en pure perte une grande partie de la force mo- » trice (*). »

On peut, par un simple procédé graphique, établir une relation entre ces deux mouvements, de manière que la position de l'une des pièces serve à corriger celle de l'autre si

(*) De l'État actuel de la navigation par la vapeur, page 63.

elle est vicieuse, à une époque quelconque du mouvement. On y est parvenu en construisant une courbe dont les coordonnées sont, d'une part les chemins parcourus successivement par le piston, et de l'autre ceux parcourus par le tiroir dans les mêmes temps. A l'aide de cette courbe, on parvient à régler d'une manière précise la marche relative du piston et du tiroir, et à remettre ces deux pièces dans leur état normal que plusieurs causes peuvent altérer.

M. Campaignac a appliqué la même méthode aux distributions de vapeur des machines à détente et sans condensation, et l'on trouvera tous les développements que comporte ce sujet dans son ouvrage sur la navigation par la vapeur, page 63 et suivantes, et dans la note X.

Comme il est de la plus haute importance, dans le montage d'une machine à vapeur, de bien régler la position du tiroir relativement au point mort de la manivelle du piston, nous résumerons ici ce qu'il y a à faire à cet égard pour chacun des tiroirs que nous avons décrits.

Ainsi pour le tiroir à garniture et à détente fixe de la fig. 294, le tiroir descendant, le point m' devra être en d', lorsque le piston sera au bas de sa course, ou la manivelle au point mort supérieur.

Pour le tiroir sans garniture et à détente fixe de la fig. 295, le tiroir descendant, le point b devra être en o, lorsque le piston sera au haut de sa course, ou la manivelle au point mort inférieur.

Pour le tiroir à garniture et à détente variable de la fig. 296, le tiroir descendant de (b) à (c), le bord inférieur et intérieur de ce tiroir devra être en o', lorsque le piston sera au bas de sa course, ou la manivelle au point mort supérieur.

Enfin, pour le tiroir sans garniture et à détente variable de la fig. 297, le tiroir descendant de (a) à (b), le point b devra être en o, lorsque le piston sera au haut de sa course, ou la manivelle au point mort inférieur (*).

(*) On pourra compléter ce qui concerne le jeu des tiroirs, les recouvrements extérieurs et intérieurs, les avances à la distribution, à la con-

§ 599. *Excentrique à cames pour faire agir les distributeurs de la vapeur.* — Nous avons déjà parlé des excentriques au paragraphe 361, comme moyen de transformer un mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif; il nous reste à donner ici les moyens de communiquer un double mouvement au tiroir, afin de pouvoir intercepter la vapeur à une époque quelconque de la course. On y parvient à l'aide de cames que l'on place sur l'arbre de couche. L'arbre passe à travers un cadre rectangulaire que des rainures guident sur cet arbre en lui laissant la liberté de glisser en avant et en arrière. Ce cadre est pourvu de deux rouleaux mis en mouvement par la roue à cames. Dans les fig. 296 et 297, on sait que l'étendue du mouvement du tiroir, après que la vapeur a été interceptée, est double de celle qui fait ensuite distribuer la vapeur. Ces grandeurs sont données par la machine elle-même, et si le levier coudé *dce* a des bras égaux (*fig.* 299), ces grandeurs étant portées sur des rayons de l'arbre, l'une de *F* en *G*, l'autre de *A* en *B*, à partir d'une même circonférence *EAF*, les circonférences qui passeront par les points *G* et *B* sont celles qui donneront les deux mouvements. Pour déterminer la courbure des cames, prenons en *a*, *fig.* 300, la position de l'arbre de couche. Soit *bc* la plus petite épaisseur de l'excentrique perpendiculairement à l'axe, soit *cd* la course du tiroir. Décrivant les circonférences *ac* et *ad*, elles serviront à fixer la position du tiroir à la fin de chaque course; et si nous divisons l'amplitude du mouvement *cd* en trois parties égales, les circonférences *ae* et *af* seront celles qui détermineront la détente, pour la montée et la descente du tiroir. C'est aussi aux points *c'* et *d* que seront placés les galets de friction servant à guider la bielle du tiroir.

Cela posé, si l'on évalue approximativement l'angle dont la manivelle, ou l'arbre de couche, a tourné pendant que le tiroir exécute le mouvement le plus étendu, celui qui donne

densation, la marche à contre-vapeur, en consultant l'excellent ouvrage de M. Félix Mathias, sur les machines locomotives.

passage à la vapeur, on tracera cet angle *dah*, et la came, pour faire passer le tiroir de la position correspondante à la détente à celle qui livre passage à la vapeur, devra passer sur le galet du point *k* au point *d*. Pour adoucir le mouvement, on trace la came de *d* en *k* de manière que chacune de ses parties soit une parabole, dont l'une aura son sommet en *d* et l'autre en *k*. La came étant arrivée en *d*, l'orifice du cylindre est entièrement ouvert à la vapeur, et cette dernière reste en communication avec le cylindre jusqu'à ce qu'il l'intercepte. Si la détente doit avoir lieu à la moitié de la course, il faut trouver l'étendue de l'arc *di* qui doit limiter cette détente. Pour cela, nous remarquerons que la came, pour passer de *k* en *d*, ou, pour parler plus exactement, pour faire glisser le galet de *k* en *d*, ne démasque pas immédiatement le passage de la vapeur par l'orifice; car, fig. 297 (*b*), par exemple, pour que l'orifice soit démasqué à la vapeur, il faut que la bande supérieure se meuve d'une bande. Or *ef*, ou le tiers de la course, diffère d'une bande de la moitié du recouvrement; si donc nous prenons *fg* égal à cette moitié, la circonférence *ag* rencontrera la courbe *dk* au point *m* qui sera celui où la came touchant le galet, commence à ouvrir le passage à la vapeur; et quand la bande aura parcouru l'orifice ou *dg*, la came sera arrivée en *d*.

Joignant maintenant *am*, puisque la distribution doit avoir lieu pendant une demi-course ou un quart de la révolution de la manivelle, nous mènerons *an* à angle droit sur *am*, et la came devra être en *n* après la distribution, et même, comme la détente s'opère aussitôt que le recouvrement de l'orifice a lieu, on voit que ce recouvrement doit se faire quand la came a atteint la circonférence *ag*. On évalue de même approximativement la quantité dont l'arbre tourne pendant que le tiroir part de sa position extrême pour effectuer la détente. Soit *ian* cet angle. Nous raccorderons également les deux circonférences *ai*, *an*, par deux paraboles ayant leur sommet, l'une en *i* et l'autre en *n*. Cette

courbe rencontrera la circonférence *ag* en un point *o* qui signalera la position de la came lorsque la détente commence. Prolongeant les lignes *ah*, *ad*, *ai*, *an*, jusqu'en *p*, *c'*, *q*, *r*, on aura autant de points par où la came devra passer. Outre les deux courbes de raccordement *dk* et *in*, il en existera deux autres *pc'*, *qr*; mais la forme de ces dernières sera déduite des premières, car il faut toujours remplir cette condition, que la came touche les deux galets dans toutes ses positions; mais comme le contact n'a pas toujours lieu sur la ligne qui joint les centres des galets, le diamètre de la came ne sera pas partout le même.

Pour construire deux des courbes au moyen des deux autres, on les divise en un certain nombre de parties, et par les points de division, on mène des lignes au centre *a*. De ces points de division comme centres avec un rayon égal à celui du galet, on décrit des arcs de cercle tangentiellement auxquels on mène une courbe; on a ainsi la courbe *i'n'*.... semblable à la première. A partir de cette courbe et sur le rayon correspondant à chaque point, on prend une quantité égale à la distance des centres des galets, et du point ainsi obtenu comme centre avec le rayon du galet on trace un cercle. La courbe tangente à tous ces cercles est la correspondante de celle qui lui est diamétralement opposée. C'est ainsi qu'on obtient *qr* avec *in*, et *pc'* avec *dk*.

En continuant à comparer les positions de la came avec celles du tiroir, nous remarquerons que l'excentrique quittant la position qu'il occupe sur la figure, le galet *c'* touchera bientôt le point *q*, où le tiroir marchera pour produire la détente. Elle ne commencera à s'opérer que lorsque le galet sera un peu en avant du point *r*, sur une circonférence *as* éloignée de *ar* de la moitié du recouvrement. A l'égard de la condensation, l'avance aura lieu quand le galet *c'* aura dépassé le point *k*, ou le galet *d* le point *p*, au point *t* ou *t'* situé sur une circonférence éloignée de *af* ou de *ae* de la moitié du recouvrement;

et comme la condensation de l'autre côté du piston est arrêtée au point *u* ou au point *u'* situé sur une circonférence éloignée de *af* de cette moitié, il s'ensuit que pendant cette circonstance que nous avons signalée, quand les deux orifices sont tous deux ouverts au condenseur en même temps, les galets parcourent *ut* et *u't'*, et c'est alors que le piston ne se meut que suivant la vitesse acquise.

Il est évident que c'est le point *m* qui doit régler la came sur le galet, quand le piston est au haut de sa course, ou quand la manivelle est au point mort.

On voit encore que c'est la même partie de la came qui agit tantôt sur l'un, tantôt sur l'autre galet. L'autre partie ne fait que céder au mouvement.

Les courbes servant à introduire la vapeur et à l'intercepter peuvent être de deux pièces séparées, comme on le voit, fig. 299. Ainsi la came *H G* fait agir les soupapes à la fin de la course, et la came *I K* sert à intercepter la vapeur. Si ces courbes ont leurs correspondantes en sens opposé, le mouvement sera sûr et son amplitude limitée, et l'on pourra le changer au besoin de direction pour les machines de bateau ou de chariot; car la position du tiroir étant changée à la main, la pression de la vapeur fera tourner la manivelle en sens contraire, et la roue à cames fera mouvoir le tiroir dans les directions convenables. Pour intercepter la vapeur à un instant déterminé de la course, selon la résistance ou le travail de la machine, la came *IK* peut être d'une pièce séparée, susceptible d'être mue de *N* en *O*.

On peut appliquer les mêmes principes au mouvement alternatif. Soit *A B* (*fig.* 301), une bielle portant une courbe *C D* pour agir sur le rouleau *C*, qui, aussitôt que la bielle descend en *C*, fait glisser le châssis du rouleau, et fait tourner l'axe *E* de manière à abaisser la tige à coulisse à l'aide du bras *F*. La vapeur sera interceptée par *H I* pendant la descente, et par *K L* pendant la montée du piston. Pour régler la durée de l'introduction de la vapeur, les pièces qui portent les courbes *I H* et *K L*, sont divisées en deux parties,

afin qu'on puisse les faire glisser l'une sur l'autre au moyen d'une vis.

§ 600. *Des condenseurs et pompes à air.* — Dans les machines de Watt, le condenseur est séparé de la pompe à air comme on le voit dans la figure 296. La vapeur arrive du cylindre par le conduit D, et elle est condensée en B par un jet d'eau froide qu'un robinet d'injection I constamment ouvert fait jaillir de la bâche ou réservoir d'eau froide R, alimenté un tuyau N. Les gaz non condensés et l'eau s'écoulent par la soupape G pendant l'ascension du piston de la pompe à air, et lorsqu'on abaisse ce piston, l'air et l'eau passent au-dessus de lui à travers les soupapes p, et sont chassés par la soupape Q dans le réservoir d'eau chaude. Une soupape sert à faire échapper l'air du condenseur.

La pompe à air est souvent placée dans le condenseur; cette disposition est représentée dans la fig. 304. a est le tuyau d'aspiration qui se prolonge dans le puits; b le piston de la pompe à air, garni de clapets, c le tuyau d'aspiration de la pompe alimentaire, qui vient puiser l'eau dans la cuvette du condenseur, d une pomme d'arrosoir placée à l'extrémité du robinet d'injection t, e bâche d'eau froide, mm chemise du condenseur, occupée par la vapeur, k cuvette d'eau chaude, u tuyau de décharge, o tuyau à vapeur du condenseur, p clapet de refoulement.

§ 601. *Description d'une machine d'épuisement à simple effet.* — Les pompes employées à l'épuisement des eaux dans les mines des comtés de Cornwall et de Devon, sont généralement des machines à simple effet, dont il a déjà été question, § 546. Nous avons eu l'occasion d'en visiter une établie à Fuveau dans les environs d'Aix, appliquée à l'exploitation d'une mine de lignite. Les avantages que présentent ces machines sous le rapport de l'économie du combustible, puisqu'elles ne consomment au plus que 1 kil. à 1 kil. 5 de houille par force de cheval et par heure, le rapport élevé 0, 84 de l'effet utile à l'action dépensée, le jeu particulier et curieux de quelques-unes de leurs pièces, tout nous a en-

gagé à faire relever cette machine, dont le dessin, que nous offrons ici, planche XI, a été fait par un des professeurs de l'Ecole d'Aix, M. Dombre. La description complète de ces machines se trouve dans un Mémoire de M. Combes, ingénieur des mines. Nous en ferons un résumé succinct, en l'appliquant à la machine de Fuveau, qui présente avec ces dernières une différence notable dans le mécanisme de ses soupapes.

La fig. 1 représente l'élévation de la machine.

La fig. 2 est la coupe faite dans la fig. 1 suivant *AB*.

La fig. 3 est l'élévation et la fig. 4 le profil du mécanisme des soupapes, sur une plus grande échelle.

La fig. 5 est la coupe de l'une des soupapes.

La fig. 6 est le plan de la cataracte, la fig. 6' en est la coupe.

La fig. 7 est la coupe du cylindre à vapeur et de sa chemise.

La fig. 8 est le plan de la pompe alimentaire et de la pompe à air; les fig. 8' et 8'' sont les coupes de ces pompes faites, l'une suivant *A B* et l'autre suivant *C D*.

Les mêmes lettres désignent les mêmes objets dans les deux figures.

Dans l'élévation, *fig.* 1, on distingue le cylindre à vapeur *C*, le conduit *Y* qui établit la communication entre le dessus et le dessous du piston, le condenseur *U*, la pompe à air *P*, la pompe alimentaire *p*, la tige *z* de la pompe d'épuisement, ou, comme on la nomme, la *maîtresse-tige*.

Dans les fig. 1, 2, 3, 4, on voit les soupapes et leur mécanisme. Les fig. 3 et 4 les représentent avec plus de détails, et sur une plus grande échelle. Ces soupapes sont au nombre de quatre *s*, *s'*, *s''*, *s'''*; la première *s* appelée *soupape régulatrice*, est analogue à la soupape de gorge des autres machines. Elle est toujours ouverte, et le mécanicien la règle à la main, à l'aide de la tige *t* et du prisonnier *d*. La soupape *s'*, appelée *soupape d'admission*, sert à introduire la vapeur au-dessus du cylindre; la soupape *s''*, dite *d'é-*

quilibre, fait passer la vapeur du dessus du piston au-dessous; et la *soupape d'exhaustion* s''' fait communiquer le dessous du piston avec le condenseur, un peu avant l'instant où la soupape d'admission s' se soulève pour opérer l'entrée de la vapeur et la descente du piston. Les tiges qui font manœuvrer les trois soupapes s', s'', s''', sont t', t'', t''', par l'intermédiaire des leviers h', h'', h'''. Les poutrelles P P', mises en mouvement par le balancier, sont articulées à ce dernier au point z, et ces points sont avec le point d'attache de la tige du piston et le centre du balancier, sur la même ligne droite. Ces tiges décrivent donc une ligne droite, comme la tige du piston, elles portent, en trois de leurs points trois taquets G' G'' G''', qui sont destinés à *fermer* les soupapes en frappant les leviers C', C'', C''', fixés aux arbres A', A'', A'''. Ces trois arbres servent d'axes aux leviers qui manœuvrent les trois soupapes s', s'', s'''. Sur ces arbres sont montés trois secteurs S', S'', S''', entraînés autour des axes par trois contre-poids q', q'', q''', dont l'effet est neutralisé par des tasseaux d'arrêt pratiqués sur les leviers l', l'', l''' mobiles autour des points p', p'', p'''. Les deux secteurs S' et S''' ont un mouvement inverse de celui du secteur S'', ou leurs contre-poids se meuvent autour des axes A', A'', A''' en sens contraires. Deux autres tiges f, f', glissant dans des guides, font manœuvrer, la première deux galets g' et g''', et la seconde un troisième galet g''. Ces galets sont destinés à soulever les leviers l', l'', l''', et à dégager ainsi les secteurs S', S'', S''' qui, entraînés par leurs contre-poids q', q'', q''', mettent successivement en mouvement, à des instants déterminés, les tiges t', t'', t''' qui *ouvrent* les soupapes s', s'', s'''. Les tiges f, f' sont manœuvrées par deux appareils semblables o et o' portant le nom de *cataractes*, et que nous décrirons bientôt. Les poutrelles P et P' liées entre elles, sont mises en mouvement par le balancier lui-même.

Il ne faut pas perdre de vue que le mouvement des poutrelles P et P' est indépendant de celui des tiges f et f'; que

ce sont les poutrelles P et P' qui avec leurs taquets G', G'', G''', *ferment* les soupapes, et que ce sont les tiges f et f' qui les *ouvrent*, par l'intermédiaire des galets g', g'', g'''.

Ajoutons encore que c'est dans la descente du piston que les taquets G' et G''' *ferment* les soupapes s' et s''', et que c'est pendant sa montée que le taquet G'' *ferme* la soupape s'', le tout à l'aide des trois leviers c', c'', c''' articulés sur les arbres; enfin que c'est dans la montée des tiges f et f' que les soupapes *s'ouvrent*; le mouvement de ces tiges est aussi indépendant l'un de l'autre, le premier déterminé par la cataracte o, et le second par la cataracte o'.

Cela posé, passons à l'explication du jeu général de la machine.

La vapeur n'agit sur le piston que pour le faire descendre. Alors il soulève, par l'intermédiaire du balancier, la maîtresse-tige des pompes; pendant ce mouvement, la soupape d'exhaustion s''' est ouverte, de sorte que le dessous du piston est en communication avec le condenseur. Lorsque le piston doit commencer à descendre, la soupape d'admission s' de la vapeur, s'ouvre par l'action de la cataracte o. Un peu avant, la soupape d'exhaustion avait été ouverte par l'action de la même cataracte, pour donner de l'avance à la condensation. Le piston descend, lorsqu'il a parcouru une fraction qui varie de $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{4}$ de sa course, la poutrelle P' ferme la soupape d'admission à l'aide du taquet G' frappant le levier c', et le reste de la course s'achève sous la pression décroissante de la vapeur qui se détend. Quand le piston est au bas de sa course, la poutrelle P, à l'aide du taquet G''' qui frappe sur le levier c''', ferme la soupape d'exhaustion s'''. C'est dans ce même instant que la tige f descend, entraînée par une pièce k située sur la même poutrelle P, et que les galets g' et g''' permettent aux leviers l' et l''' de venir arrêter avec leurs tasseaux les secteurs S', S''' ramenés dans la position que représente la figure par le choc des taquets G' et G'''. C'est encore dans ce même instant que la

seconde cataracte o' fonctionnant, la tige f' monte pendant que f descend, et que cette montée fait soulever le levier l'' à l'aide du galet g'', et dégage ainsi le secteur S'' qui, entraîné par le contre-poids q'', quitte la position qu'il occupe sur la figure, et ouvre, en chavirant à droite, la soupape d'équilibre s''. La vapeur peut alors passer du dessus au dessous du piston, et le poids de la maîtresse-tige fait remonter le piston qui est également pressé sur ses deux faces, par la vapeur, en même temps qu'elle foule l'eau dans les tuyaux ascensionnels placés dans le puits. Pendant cette ascension, les leviers c' et c''' sont relevés, puisque les soupapes s' et s''' sont fermées, et les taquets G' et G''' n'agissent pas sur ces leviers; mais à la fin de l'ascension, la poutrelle P, à l'aide du taquet G'', frappe le levier c'', comme il est en train de le faire sur la figure, et replace le secteur S'' derrière son tasseau v'', car dans le même instant le galet g'' rend la liberté au levier l'', parce que la poutrelle P' dans sa montée, entraîne dans son mouvement la tige f' qu'elle fait descendre, et par suite le galet g'', absolument comme la poutrelle P, en descendant, entraînait avec elle la tige f qu'elle faisait descendre, en rendant ainsi la liberté aux leviers l' et l'''. Quand la soupape d'équilibre est fermée, le piston reste en repos jusqu'à ce que les soupapes s''' et s' s'ouvrent. Or, c'est en cela que consiste principalement la différence qui signale cette machine au milieu de celles du même système, car elle doit attendre pour fonctionner de nouveau, que la cataracte o' vienne ouvrir successivement la soupape d'exhaustion et la soupape d'admission, en soulevant la tige f qui décroche ainsi les contre-poids q''' et q'.

Ainsi deux coups de piston successifs sont toujours séparés par un intervalle de repos, dont la durée peut être réglée à volonté par l'une des cataractes.

Examinons maintenant comment la tige f s'abaisse dans la descente du piston, pendant que la tige f' monte, et com-

ment la tige *f'* descend pendant la montée du piston. Pour cela décrivons l'appareil appelé *cataracte.*

La cataracte *o'*, fig. 6 et 6', se compose d'un petit corps de pompe placé dans une bâche remplie d'eau. Dans ce corps de pompe joue un piston plein dont la tige est liée à articulation avec une tringle ou levier *b*, fixé sur un axe horizontal *nn*. Au même axe sont fixés d'une part une masse *Q*, et de l'autre un levier *M* lié au levier *L* articulé en *m*. Ce levier *L* vient raser la partie antérieure de la poutrelle *P*, et est pressé de haut en bas par la pièce *k* fixée à cette poutrelle, lorsque celle-ci descend; le levier *M* entraîne avec lui dans ses mouvements, la tige *f* dont nous avons déjà parlé. Lorsque la pièce *k*, dans la descente de la poutrelle, vient presser le levier *L*, la tige *f* s'abaisse, le piston de la cataracte s'élève ainsi que la masse *Q*. La cataracte est, pour ainsi dire, amarrée; le piston aspire l'eau de la bâche par une valve *x* logée à la partie inférieure du corps de pompe. Quand la poutrelle se relève, la masse *Q* exerce, par l'intermédiaire du piston de la cataracte, une pression sur l'eau qui s'est introduite. Celle-ci, ne pouvant plus traverser la soupape d'introduction, sort par une ouverture latérale munie d'un robinet *i* que l'on ouvre plus ou moins, suivant qu'on veut que le piston descende avec plus ou moins de rapidité. A mesure que le piston descend, la tige *f* est soulevée, et elle aura bientôt, à l'aide de ses galets *g'''* et *g'*, décroché les leviers *l'''* et *l'* pour ouvrir les soupapes *s'''* et *s'*. Mais on voit que cet effet ne doit se produire que quand, le piston étant arrivé à la fin de sa course ascendante, on désire le faire descendre. Les galets *g'''* et *g'* doivent être disposés de telle sorte que le galet g''' décroche le levier *l'''* quelques secondes avant que le galet *g'* décroche le levier *l'*, car il faut que la soupape d'exhaustion soit ouverte un peu avant la soupape d'admission.

On voit d'après cela que, si l'on veut que les coups de piston de la machine se succèdent sans intervalle de repos,

il faudra régler l'ouverture du robinet de la cataracte, de façon que la tige *f* soulève le levier *l'''* immédiatement après que le piston est remonté au haut de sa course. Si au contraire on n'a besoin que d'un petit nombre de coups de piston dans un temps donné, on fermera davantage le robinet de la cataracte, et les intervalles de temps qui séparent deux coups de piston consécutifs seront ainsi réglés à volonté.

Le jeu de la seconde cataracte est aussi facile à expliquer. Elle sert exclusivement à ouvrir la soupape d'équilibre. Ses mouvements sont inverses de ceux de la première; quand la première est amorcée, la seconde fonctionne, et réciproquement. Pour cela, puisque l'effort moteur qui fait marcher les tiges *f* et *f'* doit venir des poutrelles *P* et *P'*, il suffit que la pièce *k'*, analogue à *k*, au lieu d'être placée au-dessus de *L'*, soit située au-dessous. En effet, ce sera alors pendant la montée des poutrelles que le levier *L'* sera soulevé, qu'il abaissera la tige *f'*, et que la cataracte *o'* sera amorcée. Cette cataracte devra être réglée de manière que la tige *f'* décroche le contre-poids *q''* à l'instant où le piston est arrivé au bas de sa course. Elle n'a donc pour se vider que le temps de la descente du piston.

Il est aisé maintenant de rapprocher tous ces mouvements, pour mieux les comprendre : c'est pendant la descente du piston que les taquets *G'* et *G'''* des poutrelles ferment d'abord la soumission d'admission, puis celle d'exhaustion, que la cataracte *o* est amorcée par la pièce *k*, et que la tige *f*, en s'abaissant, vient accrocher les secteurs *S'* et *S'''*. C'est à la fin de cette descente que la cataracte *o'* doit être vidée pour que *f'* soit au haut de sa course, et que le galet *g''* décroche le secteur *S''* et par suite ouvre la soupape d'équilibre. C'est pendant la montée que la cataracte *o* se vide, pour préparer la condensation et l'admission; c'est à la fin de cette montée que la tige *f'* entièrement descendue par l'effet de la pièce *k'* sur le levier *L'*, rend la liberté au levier *l''*, et accroche *S''*, en même temps que le taquet *G''* ferme la soupape d'équilibre.

En faisant couler le taquet G' sur la poutrelle, on peut augmenter ou diminuer la portée de la course du piston pendant laquelle la vapeur est admise en plein. Pour prévenir le choc du piston sur le fond du cylindre, on fixe, à l'extrémité du balancier, une traverse H qui vient appuyer, quand le piston est tout près du point le plus bas de sa course, sur deux pièces de bois D, posées sur les poutres, entre lesquelles passe le balancier. Ces pièces D font ressort, et produisent le choc du piston contre le fond du cylindre. Le machiniste est averti par ce choc qu'il doit diminuer la quantité de vapeur admise à chaque coup de piston.

Lorsque, la cataracte o agissant sur le galet g''', le secteur S''' fait ouvrir la soupape d'exhaustion, la tige T est entraînée par l'arbre A''', et ouvre la soupape d'injection V, fig. 1 et 8", faisant communiquer la bâche avec le condenseur.

Dans les fig. 1 et 8', on voit en E le tuyau de refoulement de la pompe alimentaire, en F celui d'aspiration, en L la soupape d'évacuation de la pompe à air, et en K le clapet d'aspiration de cette même pompe.

M. Combes, en relevant le travail utile de 60 de ces machines d'épuisement, a trouvé qu'on pouvait leur appliquer un coëfficient égal à 0,53, évidemment trop faible, si l'on voulait se borner à considérer celles qui fonctionnent d'une manière satisfaisante. Pour les meilleures machines, le coëfficient paraît devoir s'élever à 0,84. En appliquant seulement le coëfficient 0,75 à celle de Fuveau dont la marche est satisfaisante, prenant 3^m pour la course, $1^m,75$ pour le diamètre, 10 coups par minute, la force de la vapeur à 3 atmosphères, en supposant la détente au quart, on trouve une force de 120 chevaux en employant la formule (1) du § 568. La force élastique dans le condenseur peut être supposée égale à 2000 kilogrammes sur un mètre carré.

L'ensemble des machines observées par M. Combes consomme $1^k,6255$, et les meilleures machines seulement $0^k,9$ de houille par force de cheval et par heure, tandis que les

meilleures machines à moyenne pression et à détente, en consomment 3 kilogrammes.

M. Combes fait remarquer que cette économie ne doit pas être seulement attribuée aux grandes dimensions des machines, à leur excellent état d'entretien, et aux précautions prises pour éviter les déperditions de chaleur, en entourant le cylindre de corps mauvais conducteurs. Elle est due aussi en grande partie au système de soupapes usité, et à la manière d'en régler le jeu. Les soupapes ouvertes brusquement par des contre-poids, laissent à la vapeur un passage très large; la soupape d'exhaustion et les tuyaux qui établissent la communication avec le condenseur ont particulièrement des dimensions considérables; comme d'ailleurs la cataracte ouvre cette soupape d'exhaustion avant la soupape d'admission, il en résulte que la tension, dans l'intérieur du cylindre, sous le piston, doit être très sensiblement la même que dans le condenseur, au moment où la vapeur motrice est admise. Enfin, la facilité avec laquelle le mécanicien règle la détente, par le déplacement des taquets fixés à la poutrelle, permet de proportionner exactement la dépense de vapeur aux résistances à vaincre, ce qui n'est pas toujours possible dans les machines ordinaires. Telles sont les causes probables des avantages que présentent ces machines.

§ 602. *Machines à deux cylindres.* — Dans les machines à deux cylindres, dites de Woolf, toutes les parties des machines à détente et condensation sont les mêmes; la seule différence consiste en ce que l'on emploie deux cylindres au lieu d'un. La vapeur se distribue également à l'aide de tiroirs. Les deux cylindres sont renfermés dans une chemise commune qui reçoit directement la vapeur de la chaudière, et qui est destinée à préserver les cylindres du refroidissement par l'air extérieur (*fig.* 298). Le tuyau *a* conduit la vapeur de la chemise dans la boîte *b* du tiroir du petit cylindre, que nous appellerons la petite boîte. Le tiroir étant au bas de sa

course, la vapeur peut passer de la petite boîte au-dessus du petit piston par l'ouverture *o*. Dans cette position du tiroir, son intérieur établit la communication entre l'ouverture *o'* qui mène au-dessous du petit piston et un conduit *c* qui débouche dans la grande boîte *B*; de sorte que la vapeur qui est au-dessous du petit piston peut arriver dans la grande boîte; et comme le même mouvement qui a placé le petit tiroir au bas de sa course, a également descendu le grand tiroir, l'ouverture supérieure *o* qui mène au-dessus du grand piston, se trouve libre, et la vapeur de la grande boîte, qui vient du dessous du petit piston, agit sur ce grand piston en même temps que la vapeur qui débouche de la chemise agit sur le petit, et dans le même sens, c'est-à-dire au-dessus de lui. L'intérieur du grand tiroir établit la communication entre le dessous du grand piston et le condenseur *K* par l'ouverture *o'*; lorsque l'excentrique a placé les tiroirs au haut de leur course, les mêmes effets se répètent en sens inverse.

§ 603. *Description de l'ensemble d'une machine de Watt à double effet avec tiroir à garniture* (fig. 2, planche X). — *S* soupape à gorge, placée dans le tuyau d'apport de la vapeur, et mise en mouvement par le régulateur *R*; *T* tiroir, *C* cylindre à vapeur; *K* condenseur, *e* robinet d'injection, injectant l'eau d'une manière continue dans le condenseur; *p* pompe à air, *f* conduit par lequel s'écoule l'eau et les gaz du condenseur; *r* cuvette d'eau chaude; *p'* pompe alimentaire, *p''* pompe de puits; *R'* réservoir d'eau froide; *a b c* levier coudé de l'excentrique pour faire manœuvrer le tiroir. Les autres parties de la machine ont été suffisamment décrites dans plusieurs circonstances pour que nous ne nous y arrêtions pas davantage.

§ 604. *Machine à double effet, avec tiroir sans garniture, et à détente variable.* — La fig. 3 de la planche X représente une de ces machines. *S* tuyau d'apport; *B* boîte à tiroir, *t* tiroir; *C* cylindre; *p* appareil et pompe alimen-

taires; *E* excentrique à cames placé dans son charriot et monté sur l'arbre de couche; *b* bielle du charriot; *l* levier pour le mouvement du tiroir.

§ 605. *Machine à moyenne pression, à détente sans condensation, sans balancier, et à galets.* — La fig. 4 de la planche X, représente une de ces machines mise en perspective. *C* est le cylindre à vapeur; *T* la tige du piston moteur; *B* la boîte à tiroir; *c, c'*, deux conduits servant, l'un *c* à amener la vapeur dans la boîte de distribution *B* par la soupape à gorge *S*, l'autre *c'* à la faire échapper du cylindre dans l'atmosphère; *t, t'*, guides du tiroir, mis en mouvement par la traverse *ab* et le levier coudé *def*; *fh* tringle de l'excentrique à cames placé sur l'arbre du volant; *D D'* bielles fixées à la traverse *F F'* du piston et entraînées par elle dans son mouvement; *G, G'*, galets mobiles fixés à la traverse, et glissant dans les deux rainures verticales *M M'*; *R* régulateur à force centrifuge, réglant l'ouverture de la soupape à gorge *S*, et mis en mouvement par l'axe du volant, à l'aide d'une série de transformations exécutées par des cordes et des poulies; *P* pompe alimentaire mise en mouvement par une bielle et un excentrique.

§ 606. *Machine pour bateau à vapeur.* — Ces machines sont à basse pression et ne diffèrent pas des machines de Watt ordinaires. La planche XII représente une de ces machines. *S* est le tuyau qui amène la vapeur de la chaudière dans la boîte du tiroir, et de là au haut et au bas du cylindre. *A* est le cylindre à vapeur, *B* le condenseur, et *C* la pompe à air qui chasse l'air et l'eau dans le réservoir *D* d'où elle s'échappe par un tuyau.

Le mouvement du piston est transmis à l'arbre *I*, au moyen des doubles balanciers *E F* oscillant sur l'axe *G*. Ces balanciers sont joints à la traverse *L L* du piston par deux bielles, et les deux autres extrémités s'unissent à l'arbre de la manivelle par la bielle *H H'*. La pompe à air est mise en mouvement par deux autres bielles portant des balanciers,

et s'unissant à la traverse *U U* ; et la pompe d'eau chaude, par des tiges descendant de la même traverse.

Le tiroir est mû par un excentrique, et on peut le faire manœuvrer à la main par un levier, dans le cas où l'on voudrait changer la direction du mouvement de la manivelle de l'arbre *I*. Le mouvement de l'excentrique se communique par le bras *R* du levier coudé. La soupape *O* est destinée à introduire la vapeur dans le condenseur, lorsqu'on va mettre la machine en mouvement, afin de la purger d'air et d'eau que la vapeur refoule par la soupape de décharge dans la boîte *D*.

Le parallélogramme est dirigé par la bride *M N*.

En *G* sont les grilles du foyer, *P* en est la porte. *K* sont les carneaux de la cheminée qui se contournent, comme le montre la figure, autour des parties de la chaudière recouvertes d'eau, pour conduire l'air et le gaz dans la cheminée *X*. *o* est la soupape de sûreté, et *y* le tuyau d'injection de la pompe alimentaire dans la chaudière.

SUR LE CALCUL ET L'ÉTABLISSEMENT DES MOTEURS.

CALCUL ET ÉTABLISSEMENT DES POMPES.

§ 607. *Calcul d'une pompe établie.* — Lorsqu'on voudra procéder au calcul d'une pompe en activité, on se proposera de déterminer le rendement de cette pompe dans un temps donné, par suite le travail utile en kilogrammètres, et enfin le travail moteur, d'où l'on déduira le rapport de l'effet utile à l'action dépensée.

La quantité d'eau fournie par la pompe dans un temps donné, pourra souvent être mesurée directement, dans un bassin où elle sera recueillie. A défaut de ce moyen, on sera réduit à mesurer le volume du corps de pompe parcouru par le piston dans sa course, en en retranchant le cinquième, pour tenir compte des fuites. Ce volume étant multiplié par le nombre de coups ou de doubles courses par minute, le produit donnera la quantité d'eau fournie par minute, et en le divisant par 60, on aura la quantité d'eau fournie par seconde.

Cette dernière quantité étant obtenue par l'un des deux moyens indiqués, si on la multiplie par la distance verticale des niveaux du puisard et du déversoir, le produit donnera le travail utile par seconde, en kilogrammètres.

A l'égard de l'action dépensée, que le moteur soit animé ou inanimé, nous avons donné le moyen de mesurer cette action en kilogrammètres dans toutes les circonstances. On pourra donc déterminer, avec plus ou moins de précision, la valeur du travail moteur dans une seconde.

En divisant par cette quantité le travail utile précédemment déterminé, on aura le rapport de l'effet utile à l'action dépensée.

Lorsqu'il s'agira de petites pompes et de moteurs animés, pour avoir le travail moteur, il sera souvent plus exact de multiplier le travail utile par le nombre $\frac{3}{2}$, ou de lui ajouter sa moitié, si la pompe est bien établie. Si les résistances étaient nombreuses, ainsi que les coudes et les tuyaux, on doublerait le travail utile.

Il est évident que dans ce dernier cas, le rapport de l'effet utile au travail moteur aurait pour valeur ou $\frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{2}$.

Soient d le diamètre de la pompe, c la course, n le nombre de coups ou de doubles courses par minute, et H la distance du déversoir au puisard. Le volume de l'eau, engendré par le piston dans une course, sera

$$\frac{\pi d^2}{4}.c.$$

Retranchant le cinquième pour les fuites

$$\frac{4}{5}.\frac{\pi d^2}{4}.c, \text{ ou bien } \frac{\pi d^2 c}{5}$$

sera le volume d'eau élevé par coup. Multipliant par n et divisant par 60, on aura

$$\frac{\pi d^2 c n}{300} \dots . (1)$$

pour la quantité d'eau élevée par seconde en mètres cubes.

Le travail utile par seconde sera

$$\frac{1000 \pi d^2 c n}{300}.H,$$

ou bien

$$\frac{10}{3} \pi d^2 c n H \dots . (2).$$

Le travail moteur sera

$$\frac{20}{3} \pi d^2 c n H \dots . (3).$$

Soient

$$d = 0^m,115 ; c = 0^m,16 ; n = 30 ; H = 6^m.$$

On trouve

Eau par seconde (1) = 0,0006648 m. c. = 0,6648 litre
et par heure = 2393 litres.

Le travail utile par seconde, (2) = 3,9888 kilogrammèt.

Le travail moteur par seconde, (3) = 7,9776 kilogrammèt.

§ 608. *Etablissement d'une pompe d'une force donnée.*— Quelle que soit la question que nous nous proposions dans l'établissement d'une pompe, nous supposerons que la source d'eau est toujours capable de fournir à la pompe toute la quantité d'eau qu'elle est destinée à livrer.

Cela posé, ou l'on aura pour objet d'établir une pompe devant fournir par heure, par exemple, une quantité d'eau donnée, ou bien de l'établir quand on connaîtra l'intensité de la force motrice.

Dans le premier cas, on aura à déterminer la force du moteur, dans le second l'effet utile ou la quantité d'eau livrée, dans les deux cas les dimensions de la pompe.

Soit d'abord proposé d'établir une pompe devant fournir V mètres cubes d'eau par heure, la hauteur de charge, ou la distance du puisard au dégorgeoir étant H en mètres.

La quantité d'eau élevée en une seconde sera égale à $\frac{V}{3600}$ en mètres cubes.

L'effet utile par seconde sera égal à $\frac{1000\,V\,H}{3600}$ en kilogrammètres ou $\frac{V\,H}{3,6}$.

Soit v la vitesse que doit prendre le piston, et qui ne doit pas excéder $0^m,16$ par seconde. Soit n le nombre de coups ou de courses doubles par minute dont le moteur soit susceptible. Nous aurons, pour déterminer la course, la relation suivante

$$v = \frac{2\,n\,c}{60} = \frac{n\,c}{30}; \text{ d'où } c = \frac{30\,v}{n} \ldots\ldots (4).$$

La quantité d'eau élevée par minute sera $\frac{V}{60}$, et celle fournie dans un coup de piston $\frac{V}{60\,n}$. Cette quantité étant augmentée d'un quart, pour les fuites, et divisée par la course, donnera pour quotient l'aire de la section du corps de pompe. On obtient ainsi

$$\frac{\pi\,d^2}{4} = \frac{5\,V}{4.\,60.\,n.\,c}. \text{ D'où}$$

$$d^2 = \frac{5\,V}{60.\,\pi.\,n.\,c} = \frac{V}{12\,\pi\,n\,c} = \frac{V}{12\,\pi\,30\,v} = \frac{V}{360\,\pi\,v}, \text{ et}$$

$$d=\sqrt{\frac{V}{360\pi v}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

On connaîtra ainsi les dimensions du corps de pompe.

La vitesse du piston comparée à celle qu'il est le plus convenable de donner au moteur, fournira le moyen de régler le rapport des leviers à employer, car en appelant v' la vitesse du point d'application du moteur, l et l' les bras de levier du piston et du moteur, on devra avoir

$$\frac{v}{v'}=\frac{l}{l'};$$

d'où l'on déduira l ou l', connaissant l' ou l.

Pour connaître l'intensité de la force motrice, nous doublerons le travail utile par seconde, ce qui donnera

$$\frac{2000\,VH}{3600}, \text{ ou } \frac{VH}{1,8}.$$

Cette quantité exprime le travail moteur en kilogrammètres, et par seconde. En le divisant par 75, nous aurons le travail en chevaux, ou

$$N=\frac{VH}{1,8.75}=\frac{VH}{135}.$$

Le même travail par seconde donnera le moyen de savoir combien d'hommes ou d'animaux il faudra employer, dans le cas où l'on devrait se servir de moteurs animés. On se reportera pour cela au tableau des quantités de travail fournies par les moteurs animés dans diverses circonstances. La connaissance du nombre N permettra d'établir un moteur inanimé quelconque.

Application : Soit proposé d'établir une pompe devant fournir 4 mètres cubes d'eau par heure, la distance des deux niveaux étant de 6^m. Nous ferons la vitesse du piston $=0^m,16$, et le nombre de coups $=30$. On aura donc

$$V=4;\ H=6;\ n=30;\ v=0,16.$$

L'eau élevée par seconde $\frac{V}{3600} = \overset{\text{m. c.}}{0,001111}$.

L'effet utile par seconde $= \frac{VH}{3,6} = 6,66$ kilogrammètres.

La course du piston (4) $c = 0,16$.

Le diamètre du corps de pompe (5) $d = 0^{m},1486$.

Soient $0^{m},75$ la vitesse du moteur, $1^{m},20$ son bras de levier. On aura

$$l = \frac{v\,l'}{v'} = 0^{m},256$$

pour le levier du piston.

Enfin le travail moteur par seconde

$$= \frac{VH}{1,8} = 13,\ 33.$$

Le travail d'un seul homme étant de 8 kilogrammètres, en tirant et pressant alternativement dans le sens vertical, on voit que la manœuvre de cette pompe serait trop pénible pour un seul homme.

Soit maintenant proposé d'établir une pompe qui puisse être manœuvrée par un seul homme, et qui doive élever l'eau à une hauteur H.

Ici nous aurons à déterminer quelle sera la quantité d'eau que la pompe pourra élever dans un temps donné, dans une heure par exemple, et à déterminer également les dimensions de la pompe.

Soit t le travail en kilogrammètres supposé effectué par un homme en 1"; $\frac{t}{2}$ sera le travail utile de la pompe dans le même temps, et $\frac{t}{2H}$ le volume d'eau en litres, engendré par le piston, également par seconde, ou $\frac{t}{2000\,H}$ en mètres cubes.

Le dernier volume étant multiplié par 60 et divisé par n,

on aura le volume d'eau fourni par coup de piston, ou

$$\frac{60\,t}{2000\,H\,n}, \text{ ou enfin } \frac{3\,t}{100\,H\,n}.$$

C'est de cette dernière quantité qu'on conclura les dimensions de la pompe. Sa course se déterminera comme précédemment par la formule (4); puis, le volume $\frac{3\,t}{100\,H\,n}$ étant augmenté d'un quart, on aura

$$\frac{\pi\,d^2}{4}=\frac{5.\,3\,t}{4.\,100\,H\,n\,c}; \text{ d'où}$$

$$d=\sqrt{\frac{3\,t}{20\,\pi\,H\,n\,c}} \;\ldots\ldots (6).$$

La quantité d'eau élevée par heure sera égale à

$$\frac{3600\,t}{2\,H} \;\ldots\ldots (7).$$

Application : Soit $t=8$ kilogrammètres ou le travail d'un homme. Soient

$$H=6\,;\; v=0\,,16\,;\; n=30.$$

La course de la pompe (4) $c=0^m,16$.
Le diamètre de la pompe (6) $d=0^m,1151$.
La quantité d'eau élevée par heure (7) $=2400$ litres.
Les leviers pourraient être les mêmes que dans l'application précédente.

Dans ce qui précède, nous avons exprimé le travail utile par le produit du volume d'eau engendré par le piston, multiplié par la hauteur du déversoir au-dessus du puisard. Il est évident que ce travail pourrait encore être évalué par la pression de la colonne d'eau sur le piston, multipliée par la vitesse. Le produit donnerait encore le travail par seconde.

Ainsi, dans l'application qui précède, le travail utile par seconde serait représenté par

$$\frac{\pi d^2}{4} . H . v . 1000 = 10 \text{ kilogrammètres.}$$

Ce nombre doit d'abord être divisé par 2, car l'eau n'est élevée qu'une fois sur deux courses, puis, le nombre 5 doit être réduit à 4, à cause des fuites. C'est la quantité $\frac{t}{2}$ trouvée précédemment.

L'expression générale du travail utile serait donc

$$\frac{4}{5} . \frac{1}{2} . \frac{\pi d^2}{4} . H . v . 1000 \text{; ou bien}$$

Travail utile $= 100 \pi d^2 H v$.

En fonction de la course, il est

$$\text{travail utile} = \frac{100 \ \pi \ d^2 H \ c \ n}{30}.$$

En fonction du volume d'eau élevé,

$$\text{travail utile} = \frac{VH}{3,6}.$$

CALCUL ET ÉTABLISSEMENT DES ROUES HYDRAULIQUES.

§ 609. *Calcul d'une roue établie.* — Lorsqu'une roue hydraulique est établie, on peut se proposer de trouver la quantité de travail transmise à l'arbre de la machine que cette roue met en mouvement. Les éléments à connaître pour cette détermination sont : la hauteur de chute, le volume d'eau fourni par la chute en une seconde, la vitesse de la roue et celle de l'eau à son entrée dans cette roue.

La hauteur de la chute sera toujours la différence entre

le niveau de l'eau dans le canal d'arrivée et le niveau de l'eau dans le canal de fuite.

L'orifice étant avec charge sur le sommet,

S'il n'est pas accompagné d'un coursier,

On déterminera la vitesse du fluide à sa sortie,

1° Par la formule (1) du § 445, si l'orifice est en mince paroi;

2° Par la formule (2) du § 446, si l'orifice est noyé;

Si l'orifice est accompagné d'un coursier,

La vitesse à la naissance de ce coursier se déterminera par la formule

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}$$

ou plus simplement $v=0,82\,V$ du § 479;

Et la vitesse à l'extrémité du coursier,

1° S'il est court, par la formule (1) du § 479;

2° S'il est long, par la formule (2) du § 479.

Ayant déterminé la hauteur et la largeur de l'orifice, on en calculera l'aire, et la formule (2) du § 452 fera connaître la valeur de la dépense pendant une seconde, en donnant à m sa valeur relative à la charge de l'orifice et à sa hauteur, et en modifiant ce coëfficient d'après les règles du § 454, eu égard à la nature de la contraction.

Si l'orifice est en déversoir, la dépense se calculera,

Par la formule (3) du § 458 en ayant égard à la remarque du § 459;

Et si cet orifice est accompagné d'un coursier,

Par la règle du § 466.

Pour connaître la vitesse de la roue, il suffira de mesurer son rayon et de compter le nombre de tours qu'elle fait en un temps donné, en une minute par exemple. Alors, on aura la vitesse par la formule

$$v=\frac{2\pi Rn}{60}.$$

Ces données étant établies, le travail en kilogrammètres produit par l'arbre de cette roue en une seconde sera donné,

1° Pour une roue à aubes planes, par la formule (5) du § 489;

2° S'il existe un grand jeu dans le coursier, par la formule (7) du § 490;

3° Pour une roue à aubes courbes, par les formules (3) et (5) du § 495;

4° Pour une roue à augets, par la formule (3) du § 499, en ayant égard à la remarque du § 500, et si les augets ne sont qu'à moitié remplis;

5° Pour une roue emboîtée dans un coursier circulaire,

Si la roue reçoit l'eau avec charge sur le sommet, par la formule (2) du § 506.

Si la roue reçoit l'eau par une vanne en déversoir, par la formule (3) du § 506,

En ayant égard à la remarque du § 507.

6° Pour une turbine, en prenant les 0, 70 du travail moteur, § 510.

§ 610. *Calcul d'une roue à aubes planes.* — Soit proposé de trouver le travail utile d'une roue à aubes planes dans les circonstances suivantes :

La hauteur de la chute au-dessus du seuil de l'orifice est de 1^m, 503.

La vanne est inclinée sous la roue à 1 de base sur 2 de hauteur; l'orifice est bien disposé, relativement aux côtés du réservoir.

La largeur de l'orifice est de 1^m, 35.

La hauteur de l'orifice, mesurée perpendiculairement au coursier est de 0^m, 15.

Le rayon de la roue est de $2^m = R$.

Le nombre de tours de la roue en 1' est de $15 = n$.

La vitesse de l'eau sera sensiblement celle due à la chute, et de $5^m, 43 = V$.

La vitesse de la roue $= \frac{2\pi R.n}{60} = 3^{m},14159 = v.$

La dépense, § 468, doit être affectée du coëfficient

$$0,74 \text{ et } = moV = 0,74.1,35.0,15.5,43 = 0,81368 = E. \quad (\text{m. cubes.})$$

La formule (5) du § 489 donne

$$Pv = 61\, Ev\,(V - v) = 356,84 \ (\text{k. m.}) = 4,75 \ (\text{chevaux}) \text{ environ.}$$

§ 611. *Calcul d'une roue à aubes courbes.* — Soit proposé de trouver le travail d'une roue à aubes courbes placée dans les mêmes circonstances que celles de l'exemple précédent, avec cette différence que

Le nombre de tours de la roue = 20.

La formule (5) du § 495 donne

$$Pv = 153\, Ev\,(V - v) = 647,27 \ (\text{k. m.}) = 8,63 \ (\text{chevaux}) \text{ environ.}$$

§ 612. *Calcul d'une roue à augets.* — Soit proposé de trouver le travail utile d'une roue à augets dans les circonstances suivantes :

La hauteur de la chute depuis le niveau derrière la vanne jusqu'à l'extrémité inférieure du diamètre vertical de la roue $= 5^{m} = H$.

L'orifice est accompagné d'un coursier très court.

La hauteur de l'eau derrière la vanne est de $0^{m},75$.

Le coursier est incliné, et la distance verticale du seuil de l'orifice au-dessus de la roue est de $0^{m},09$, et il y a un jeu de $0^{m},01$, ce qui donne $h = 0^{m},85$;

Le diamètre de la roue est par conséquent de

$$5^{m} - 0^{m},85 = 4^{m},15; \text{ d'où } R = 3^{m},075;$$

La largeur de l'orifice est de $1^{m},85$;

La hauteur de l'orifice est de $0^{m},1$;

La contraction a lieu sur deux côtés;

La roue fait par minute 5 tours $= n$;

La vitesse due à la charge sur le centre de l'orifice $=3,71$.

Le coëfficient de la dépense donné par le tableau du § 452 est $m=0,616$. Par conséquent, § 454.

$$\text{La dépense} = 1,072\, m o.\ 3,71 = \overset{\text{m. c.}}{0,453} = E.$$

La vitesse de l'eau dans le coursier, § 479,

$$=0,82.\ 3,71 = 3^{m},0422.$$

La vitesse de l'eau à son entrée dans la roue, formule (1), § 479, est égale à la vitesse due à la somme de deux hauteurs, celle 0, 4711 due à la vitesse 3, 0422, l'autre $0^{m}, 1$, ou égale à $3^{m}, 35 = V$.

$$\text{La vitesse de la roue} = \frac{2\pi R n}{60} = 1^{m}, 0865 = v.$$

Substituant dans la formule (3) du § 499, il vient

$$Pv = 780\, E\, (H-h) + 102\, E\, (V-v)\, v = \overset{\text{k m.}}{1580} = 21 \text{ chev.}$$

§ 613. *Calcul d'une roue à palettes emboîtées.* — Soit proposé de trouver le travail utile d'une roue à palettes emboîtées, dans les circonstances suivantes :

La roue reçoit l'eau d'un orifice en déversoir, dont la largeur est égale à celle du réservoir.

La lame d'eau a 5^{m} de largeur et $0^{m}, 15$ d'épaisseur moyenne au-dessus du seuil de la vanne.

La hauteur de la chute $2^{m}, 5 = H$.

La distance verticale du niveau de l'eau dans le canal au-dessus du point d'entrée dans la roue $= 0^{m}, 30 = h$.

La roue fait 4 tours par minute et son diamètre est de 5^{m}.

D'après la remarque du § 459, la valeur de H de la formule (3) du § 458 est

$$1,25\ .\ 0,15 = 0^{m}, 1875.\ m = 0, 3915, \ \S\ 458.$$

La formule (3) du 458 donne pour la dépense

$$D = 0,3915\ .\ 5\ .\ 0,1875 \sqrt{2g.\ 0,1875} = 0^{m c}, 705 = E.$$

La vitesse de l'eau est celle due à la hauteur $0^m,30$, ou

$$= 2^m,43 = V.$$

La vitesse de la roue $= 2^m,09 = v$.

Substituant dans la formule (3) du § 506, il vient

$$Pv = 799\,E\left\{H - h + \frac{(V - v)\,v}{g}\right\} = 1280^{km} = 17 \text{ chev.}$$

Le choix d'une roue hydraulique comme moteur doit être déterminé par plusieurs considérations, parmi lesquelles les plus importantes sont : 1° La nature du travail qu'elle est destinée à produire, ou, ce qui est la même chose, la vitesse de l'outil; car cette vitesse devant être très grande, par exemple, il faudrait employer une roue à grande vitesse, pour ne pas trop multiplier les engrenages. 2° La hauteur de la chute. 3° La dépense du cours d'eau.

Nous renvoyons, pour ces considérations, au § 512.

§ 614. *Etablissement des roues hydrauliques. Dispositions générales.* — Lorsqu'on se propose d'établir une roue hydraulique, on doit disposer les choses de manière à retirer de la chute le plus grand effet possible, et pour cela, on devra se conformer aux dispositions recommandées au § 468 pour diminuer la contraction de l'eau et donner à la vitesse toute la valeur qu'elle peut prendre.

Le vannage devra donc être incliné, et le plus près possible de la roue.

Les orifices en déversoir devront être placés immédiatement auprès de la roue.

Le canal d'arrivée devra être aussi grand que possible : il faudra que sa section ait au moins dix à douze fois la largeur de l'orifice.

Quand les localités le permettront, il faudra donner au canal de fuite une largeur plus grande que celle du coursier sous la roue.

Quant aux autres dispositions, elles sont relatives à

chaque roue en particulier, et nous compléterons ce que nous en avons déjà dit, en traitant de chacune d'elles.

§ 615. *Etablissement d'une roue à palettes planes d'une force donnée.* — Dans l'établissement de cette roue, on doit se proposer de trouver le volume d'eau que doit fournir le réservoir pour produire la force demandée; d'où l'on déduira les dimensions de l'orifice, et par suite la largeur de la roue. Pour cela, on détermine la vitesse de l'eau qui est donnée par la hauteur de la chute, on en déduit la vitesse de la roue et par suite son rayon, quand on connaît le nombre de tours qu'on veut faire faire à son arbre en une minute.

Le nombre des aubes se déduit de leur écartement et du diamètre de la roue.

La vitesse de l'eau, si le vannage est bien disposé, est sensiblement celle due à la hauteur de la chute

$$=\sqrt{2gH}=V.$$

La vitesse de la roue doit être les $\frac{2}{5}$ de la vitesse de l'eau $=\frac{2}{5}\sqrt{2gH}=v.$

Le volume de l'eau se déterminera par la formule (5) du § 489, en tirant la valeur de E,

$$E=\frac{Pv}{61\,v\,(V-v)}\text{.....}\ (1)$$

qui sera trouvée en mètres cubes, Pv représentant le nombre de kilogrammètres à transmettre à l'arbre en une seconde.

On sait, § 486, que les aubes doivent avoir une hauteur de $0^m,30$ à $0^m,40$ dans le sens du rayon, et que la hauteur de la veine d'eau ne doit être que de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{4}$ de la hauteur des aubes, ce qui détermine l'une des dimensions de l'orifice $=e$.

Pour déterminer la largeur de l'orifice, on emploie la formule

$$E = melV,$$

Dans laquelle E est la dépense en mètres cubes, m un coëfficient dépendant de l'inclinaison de la vanne § 468, e l'élévation de la vanne, l la largeur de l'orifice, et V la vitesse de l'eau.

On en tire

$$l = \frac{E}{meV} \ldots\ldots (2).$$

La largeur de la roue sera égale à celle de l'orifice augmentée de $0^m, 10$.

n étant le nombre de tours que doit faire la roue en une minute, son rayon se déterminera par la formule

$$\frac{2\pi R.n}{60} = v,$$

d'où l'on tire,

$$R = \frac{60v}{2\pi n} \ldots\ldots (3).$$

Enfin, les aubes devant être écartées à la circonférence extérieure de $0^m, 30$ à $0^m, 40$, on divisera par un de ces nombres la circonférence de la roue, pour avoir le nombre de ses aubes. On prendra le nombre entier exactement divisible par le nombre des bras, le plus voisin du quotient.

Application : Soit proposé d'établir une roue à palettes planes de la force de 10 chevaux.

La hauteur totale de la chute est de $1^m, 50$.

La roue doit faire 10 tours par minute.

Nous mettrons sous la roue un coursier incliné de $0^m, 1$ et d'un mètre de projection horizontale.

Par conséquent, la hauteur de l'eau au-dessus du seuil de l'orifice est égale à $1,50 - 0,1 = 1^m, 40$.

En adoptant $0^m, 35$ pour la hauteur des aubes, la hauteur de l'orifice $e = \frac{1}{3} 0,35 = 0^m, 12$.

La charge sur le centre de l'orifice sera donc $1,40 - 0,6 = 1^m,34 = H$.

D'où la vitesse de l'eau $V = 5^m,13$.

La vitesse de la roue $v = \frac{2}{5} 5,13 = 2^m,05$.

$$Pv = 10 \text{ chevaux} = 75 \,.\, 10 = 750^{k.\,m}.$$

Substituant dans (1), il vient

$$E = \overset{\text{m. cube.}}{1,989}.$$

La vanne étant inclinée à un de base sur 2 de hauteur, on aura, pour déterminer la largeur, § 468, $m = 0,74$.

Substituant dans (2), à la place des lettres leur valeur, on a pour la largeur de l'orifice

$$l = 4^m,36.$$

Augmentant de $0^m,1$,

La largeur de la roue $= 4^m,46$.

Le rayon de la roue (3) $= 1^m,555$.

Le quotient de la circonférence par 0,35 étant 28 environ, nous prendrons, si la roue a huit bras,

Le nombre des aubes $= 32$.

§ 616. *Etablissement d'une roue à aubes courbes.* — On doit se proposer encore, dans l'établissement de cette roue, de déterminer le volume d'eau à dépenser par seconde, les dimensions de l'orifice, la largeur de la roue, la vitesse de l'eau, celle de la roue, le rayon qu'elle doit avoir pour qu'elle fasse le nombre de tours convenable et déterminé par des circonstances particulières à l'usine qu'on veut établir, enfin le nombre des aubes, la largeur des couronnes, etc.

Ayant déterminé la hauteur totale de la chute, on se donnera le rayon de la roue qui ne devra pas être au-dessous de 1^m à $1^m,20$, ni au-dessus de 2^m à $2^m,50$. Ce rayon est d'ailleurs relatif au nombre de tours nécessité par l'ouvrage à produire.

Du centre de la roue avec un rayon égal à celui de sa circonférence extérieure, augmenté d'un centimètre au plus, on décrira, vers la partie inférieure, un petit arc de cercle, et l'on portera $0^m,20$ en aval du diamètre vertical de la roue. On laissera à ce point un ressaut de $0^m,20$ à $0^m,25$.

En menant, du côté d'amont, à cet arc, une tangente inclinée au douzième, cette tangente et l'arc représenteront le fond du coursier.

La vanne, inclinée à un de base sur 1 ou 2 de hauteur, selon les localités, sera placée à une distance de $0^m,06$ à $0^m,10$ de la circonférence de la roue.

On fixera la levée de la vanne ou la hauteur de l'orifice, prise perpendiculairement au fond du coursier, à $0^m,20$ ou $0^m,25$, toutes les fois qu'il n'en résultera pas pour la roue une largeur trop petite. Pour les roues puissantes, cette hauteur peut être portée à $0^m,30 = e$.

La position de l'orifice étant parfaitement déterminée, on connaîtra la hauteur de son centre au-dessus du fond du ressaut sous la roue. Cette hauteur étant retranchée de la chute totale, on aura la charge sur le centre de l'orifice.

Le vannage étant disposé d'après les règles établies, la vitesse de l'eau, due à cette charge, sera connue et égale à

$$\sqrt{2gH} = V.$$

La vitesse de la roue devant être les 0,55 de celle de l'eau, sera égale à $0,55\,V = v$.

Le volume de l'eau à dépenser se déterminera par la formule (3) ou (5) du § 495, suivant la grandeur de la chute et la hauteur de l'orifice; ce qui donnera

$$E = \frac{Pv}{132,5\,v\,(V - v)} \;\ldots\ldots\; (1)$$

ou bien

$$E = \frac{Pv}{153\,v\,(V - v)} \;\ldots\ldots\; (2).$$

La largeur de l'orifice se déterminera encore par la formule du paragraphe précédent,

$$l = \frac{E}{m e V}, \dots\dots (3)$$

dans laquelle on donnera à m la valeur 0,74 ou la valeur 0,80 suivant que la vanne sera inclinée à un de base sur deux ou un de hauteur.

La largeur intérieure de la roue entre les couronnes sera égale à celle de l'orifice augmentée de $0^m,1$.

Le nombre de tours de la roue sera déterminé par la formule (3) du paragraphe précédent, puisque l'on s'est donné le rayon. La valeur de n tirée de cette équation est

$$n = \frac{60\,v}{2\pi R} \dots\dots (4)$$

La largeur des couronnes doit être au moins égale au tiers de la charge d'eau sur le centre de l'orifice.

On donne aux aubes un écartement de $0^m,20$ à $0^m,25$ à la circonférence extérieure, à peu près égal à la hauteur de l'orifice.

Pour avoir le nombre des aubes, il faut donc diviser la circonférence de la roue par cet écartement, et le nombre exactement divisible par le nombre des bras, le plus voisin du quotient, sera le nombre des aubes.

Les couronnes doivent être emboîtées dans une portion de coursier circulaire, située entre le diamètre vertical de la roue et l'orifice, avec un jeu très faible, de 0,01 au plus, et ce coursier s'élève de $0^m,10$ au-dessus de l'orifice.

Application : Soit proposé d'établir une roue à aubes courbes de la force de 20 chevaux.

La hauteur totale de la chute est de 2^m.

Nous donnerons à la roue un rayon de 2^m.

Nous prendrons $0^m,25$ pour la hauteur du ressaut, $0^m,12$ pour la levée de la vanne. Puis, ayant tracé le coursier sous la roue, et ayant pris une vanne inclinée à un de base sur

un de hauteur, on trouve que la distance du centre de l'orifice au fond du canal de fuite est de $0^m,44$. Cette hauteur étant retranchée de 2^m, donne :

La hauteur de charge sur le centre de l'orifice $= 1^m,56$.

La vitesse de l'eau sera

$$V = 5^m,53.$$

La vitesse de la roue

$$v = 0,55\,V = 3^m,04.$$

Le travail moteur = 20 chevaux

$$= 20.75 = 1500^{km}.$$

Le volume d'eau à dépenser (1)

$$E = \frac{1500}{132,5\,v\,(V - v)} = \overset{\text{m. cube}}{1,495}.$$

La vanne étant inclinée à 1 de base sur 1 de hauteur,

$$m = 0,80,$$

La largeur de l'orifice est (3)

$$l = 2^m,81.$$

Augmentant de $0^m,1$,

La largeur intérieure de la roue

$$= 2,91.$$

Le nombre de tours de la roue (4)

$$= 14,51.$$

§ 617. *Établissement d'une roue à augets, recevant l'eau au sommet.* — Comme la hauteur du niveau de l'eau dans le réservoir peut être variable, en supposant cette variation de $0^m,20$ à $0^m,30$, on établira la roue sur une hauteur de chute moyenne entre celle des plus hautes et celle des plus basses eaux dans le canal d'arrivée.

L'orifice d'écoulement sera vertical, son seuil sera placé pour les chutes

De	$2^m,60$ à 3^m	à une hauteur de		$0^m,50$
	3 ,00 à 4	. . . .		0, 60
	4 ,00 à 6	. . . .		0 ,70
	6 ,00 à 7	. . . .		0 ,80
	7 ,00 à 8	. . . .		0 ,90

au dessous du niveau des eaux moyennes et raccordé, ainsi que les côtés, avec les parois du réservoir par des contours arrondis.

Dans le prolongement de ce seuil, on établira un petit coursier de la largeur de l'orifice, incliné à $\frac{1}{12}$ au plus, pour conduire l'eau sur la roue. Ce coursier ne devra avoir que 1^m à $1^m,50$ de longueur.

Entre le coursier et la roue, on laissera un jeu de $0^m,01$.

En retranchant de la chute totale la charge d'eau sur le seuil de l'orifice, la pente du coursier et son jeu sur la roue, on aura le diamètre de la roue.

L'extrémité du coursier devra aboutir au sommet de la roue.

Il est avantageux de faire la veine d'eau très mince : on limitera donc la levée de la vanne à $0^m,10$, si cette dimension ne donne pas trop de largeur à la roue. Il faudra toutefois conformer cette hauteur d'orifice à la capacité des augets, comme nous le dirons tout à l'heure.

La vitesse de l'eau sera celle due à la hauteur du niveau dans le canal d'arrivée au-dessus du point d'entrée dans la roue $= V$.

La vitesse de la roue § 499 devra être égale à la moitié de celle de l'eau, mais on pourra la faire varier de $0,30\ V$ à $0,80\ V$ pour les grandes roues, et de $0,40$ à $0,60$ de V pour les petites roues. On connaîtra donc v.

La dépense par seconde se calculera par la formule (3) du § 499, d'où l'on tirera

$$E = \frac{Pv}{780\,(H-h) + 102\,v\,(V-v)} \;\ldots\ldots\; (1).$$

La dépense étant connue, on doit déterminer avec soin les dimensions des augets, de manière qu'ils ne se remplissent qu'à moitié, et que l'eau ne quitte ainsi la roue que le plus bas possible.

Pour cela, on déterminera d'abord le nombre des augets. En leur donnant $0^m,30$ à $0^m,40$ d'écartement à la circonférence extérieure, on divisera la circonférence de la roue par l'un de ces nombres ou par leur moyenne, et le nombre entier exactement divisible par celui des bras, le plus voisin du quotient, sera le nombre des augets $= n$.

On déterminera alors la forme des augets comme il est dit au § 501, ce qui fera connaître le rayon de la circonférence intérieure, ou bien, plus simplement, on donnera aux couronnes une largeur, dans le sens du rayon, sensiblement égale à l'écartement des augets.

Dans tous les cas, la forme des augets sera déterminée, et par suite le dessin fera connaître la grandeur du profil.

Le nombre de tours N de la roue en une minute se calculera par la formule

$$N = \frac{60 \; v}{2 \pi R} \;\ldots.\; (2).$$

Le volume de l'auget se calculera par la formule du paragraphe 501

$$q = \frac{120 \, E}{N n} \;\ldots.\; (3).$$

En divisant ce volume par le profil de l'auget, on aura sa largeur.

Largeur qui sera aussi la largeur intérieure de la roue.

Diminuant cette largeur de $0^m,10$, on aura la largeur de l'orifice $= l$.

La levée de la vanne se déterminera alors rigoureusement, la vanne étant verticale et m égal à 0,70, par la formule

$$e = \frac{E}{0{,}70 \, l \, V} \;\ldots.\; (4).$$

Si la levée e de la vanne se trouvait trop grande, on augmenterait la largeur de l'orifice, et par suite celle de la roue, ce qui donnerait aux augets un profil plus petit dans le sens du rayon. Cette dernière disposition ne peut être qu'avantageuse à la roue, en reculant la masse de l'eau le plus loin possible de l'axe.

Application : Soit proposé d'établir une roue à augets de la force de 12 chevaux.

La hauteur moyenne totale de la chute est de 4^m.

Nous prendrons $0^m,60$ pour la distance du seuil de l'orifice au niveau de l'eau.

Le coursier étant de 1^m et incliné au $\frac{1}{12}$, sa pente sera de $0^m,08$, et en l'augmentant du jeu $0^m,01$, on a $0^m,09$ pour la distance du seuil au sommet de la roue.

Le diamètre de la roue $= 4 - 0,60 - 0,09 = 3^m,31 = 2R$ et $R = 1^m,655$.

La vitesse de l'eau due à la hauteur $0^m,69$ est égale à $3^m,68 = V$.

La vitesse de la roue $= \frac{1}{2}V = 1^m,84 = v$.

Le travail moteur $= 12$ chevaux $= 900^{km}$.

Le volume d'eau à dépenser est (1)

$$E = \frac{900}{180 . 2R + 102v(V - v)} = \overset{\text{m.cube}}{0,956}.$$

Le quotient de la circonférence de la roue par $0^m,30$ donne 35 environ. D'où le nombre des bras étant 6, nous ferons

Le nombre des augets $= 36 = n$.

Le nombre de tours N de la roue (2) $= 10,6$.

En construisant l'auget, et donnant $0^m,40$ de largeur à la couronne, on trouve approximativement pour l'aire de sa section transversale ou son profil, $\overset{\text{m. carré}}{0,075}$.

Le volume de l'auget (3) $= q = \overset{\text{m. cube}}{0,300}$.

Divisant ce volume par le profil, on trouve pour la largeur de l'auget 4^m = la largeur intérieure de la roue.

La largeur de l'orifice est donc de $3^m,90$.

On peut trouver pour la roue une trop grande largeur, ce qui est un inconvénient à cause des difficultés de la construction. Alors on peut toujours diminuer cette largeur de trois manières : En augmentant la vitesse de la roue, le nombre de ses augets et le profil de chacun d'eux; car q de la formule (3) devient plus petit pour les deux premières augmentations, et le quotient de q rendu ainsi plus petit par le profil rendu plus grand, quotient qui exprime la largeur, diminuera donc d'autant plus.

La levée de la vanne (4) $= 0^m,095 = e$.

Si la largeur de la roue était modifiée, cette hauteur d'orifice deviendrait plus grande.

§ 618. *Etablissement d'une roue à palettes emboîtées dans un coursier circulaire.* — Les considérations du § 505 font voir que ces roues fonctionnent plus avantageusement lorsqu'elles reçoivent l'eau par un orifice en déversoir. On adoptera donc une vanne de ce genre, qu'on placera le plus près possible de la circonférence de la roue.

On pourra se donner le rayon de la roue, mais il ne devra jamais être moindre que la hauteur totale de la chute. Au-dessus de cette limite, on pourra lui donner une valeur relative au nombre de tours qu'on veut faire faire à la roue par minute.

La vanne s'abaissera de $0^m,20$ à $0^m,25 = h$ au plus au-dessous du niveau du réservoir.

La vitesse de l'eau V sera celle due à cette hauteur.

La vitesse de la roue v devra être assez grande, et la théorie indique qu'elle peut être égale à celle de l'eau. On fera cette vitesse

$$v = 0,50\,V \text{ à } v = 0,70\,V.$$

Le volume d'eau à dépenser par seconde se déterminera par la formule (3) du § 506, qui donnera

$$E = \frac{Pv}{799\left\{H-h+\frac{(V-v)v}{g}\right\}} \ldots (1).$$

La formnle (3) du § 458 fera connaître la largeur de l'orifice, en tirant de cette formule la valeur de L

$$L = \frac{E}{mH\sqrt{2gH}} \ldots (2)$$

dans laquelle m est un coëfficient dont la valeur est relative à la hauteur de l'orifice, § 458, et H est ici h.

On en déduira la largeur de la roue en augmentant cette largeur de l'orifice de $0^m,10$.

Dans le cas où la largeur de la roue serait trop grande, on augmenterait la hauteur de l'orifice jusqu'à $0^m,35$.

Le nombre de tours de la roue se déterminera par la formule

$$N = \frac{60v}{2\pi R} \ldots (3).$$

Les aubes devront encore être écartées de $0^m,30$ à $0^m,40$ à la circonférence extérieure; elles seront dirigées dans le sens du rayon.

Pour avoir leur nombre, il suffit encore de diviser la circonférence par leur écartement.

Leur largeur dans le sens du rayon est environ égale à leur écartement, mais on conçoit que cette dimension doit être relative au volume de l'auget et à la quantité d'eau qu'il doit recevoir. Le volume de l'auget étant déterminé par la formule

$$q = \frac{120\,E}{Nn} \ldots (4)$$

en divisant ce volume par la largeur, on aura le profil de l'auget, ce qui dirigera pour la détermination de sa profondeur.

On pourra d'ailleurs, pour les dimensions de la roue et de l'orifice, opérer comme au paragraphe précédent.

Application : Soit proposé d'établir une roue à aubes emboîtées de la force de 16 chevaux.

La hauteur de la chute est de 2^m.

Nous donnerons à la roue un rayon de $2^m = R$.

La vanne s'abaissera de $0^m, 25$.

La vitesse de l'eau sera $2^m,22 = V$.

Nous ferons la vitesse de la roue $= 0,70\,V = 1^m,554 = v$.

Le travail moteur $= 16$ chevaux $= 1200^{km}$.

Le volume de l'eau (1)

$$E = \frac{1200}{799\left\{1,75 + \frac{(V-v)\,v}{g}\right\}} = \overset{\text{m. cube}}{0,809}.$$

Pour la hauteur 0, 25 de l'orifice, § 458, $m = 0,385$.

La largeur de l'orifice (2) $L = 3^m,78$.

La largeur de la roue $= 3^m,88$.

Le nombre de tours de la roue (3) $N = 7,4$.

Le nombre des augets $= \frac{2\pi R}{0,30} = 40 = n$.

Le volume de l'auget $q = \overset{\text{m. cube}}{0,328}$.

Le profil de l'auget $= \frac{0,328}{3,88} = \overset{\text{m. carré}}{0,0845}$.

§ 619. *Etablissement d'une turbine.* — Pour établir cette roue, nous emploierons les données du § 511.

Ayant déterminé la hauteur H de la chute et fixé la force F de la roue, nous déterminerons le volume d'eau M par la formule

$$M = \frac{F}{1000\,H\,n}. \quad . \quad . \quad (1)$$

n étant le rapport de l'effet utile à l'action dépensée.

La vitesse de l'eau V sera due à la hauteur H.

Le diamètre intérieur de la roue sera déterminé par la formule

$$d = \sqrt{\frac{M}{0,196\, m V}} \ldots (2)$$

m étant le rapport de contraction de la veine fluide.

Le diamètre extérieur de la roue sera de $\frac{100}{70}\, d$ pour les petites roues, et de $\frac{100}{75}$ à $\frac{100}{83}$ de d pour les grandes.

La hauteur des orifices de sortie, ou la distance des deux couronnes circulaires, se trouvera par la formule

$$e = 0{,}14\, d \ldots\ldots (3).$$

On fera la vitesse de la roue v égale à 0,60 au moins de celle de l'eau. D'où

$$\sin.\, a = \frac{V}{2v} \ldots\ldots (4).$$

Cet angle étant déterminé, on trace aisément la forme des aubes mobiles et celle des compartiments fixes.

Le nombre des aubes mobiles est égal à la circonférence intérieure divisée par leur écartement ou par leur hauteur e. D'où

$$n = \frac{\pi d}{e} \ldots\ldots (5).$$

Application : Soit proposé d'établir une turbine de la force de 24 chevaux.

La hauteur de la chute est de 3^{m}.

Le travail moteur $F = 24$ chevaux $= 1800^{km}$.

Le volume de l'eau (1) $M = \frac{1800}{1000 .\ 3 .\ 0{,}70} = \overset{\text{m. cube}}{0{,}857}$.

La vitesse de l'eau $V = 7^{m},67$.

Faisant $m = 0{,}62$.

Le diamètre intérieur de la roue (2) $d = 0^{m},959$.

Le diamètre extérieur $= \frac{100}{75}\, d = 1^{m},28$.

La distance des deux couronnes (3) $e = 0^{m},134$.

La vitesse de la circonférence intérieure $= 4^m,6$.

L'angle a (4) $= 56°26'30''$.

Le nombre des aubes mobiles (5) $n = 22$.

Ce nombre étant compris entre 18 et 24, le nombre des compartiments fixes est de 11.

Le nombre de tours de la roue $= \frac{60v}{\pi d} = 92$.

CALCUL ET ÉTABLISSEMENT DES MACHINES A VAPEUR.

§ 620. *Calcul d'une machine établie.*—Nous procéderons comme pour les roues hydrauliques dans le calcul d'une machine à vapeur établie.

Pour déterminer le travail qu'elle transmet à la machine qu'elle fait mouvoir, il faut connaître le volume de vapeur dépensé par coup de piston, le nombre de courses du piston par minute, la force élastique de la vapeur dans la chaudière, celle de la vapeur après la détente, si elle a lieu, et enfin celle des gaz dans le condenseur.

Le nombre de chevaux de force de la machine sera alors donné :

Par la formule (1) ou la formule (2) du § 565, pour les machines à basse pression, en y remplaçant le coëfficient C par celui du tableau du même paragraphe qui convient à la force de la machine et à son état d'entretien ;

Par la formule (1) ou la formule (2) du § 568, pour les machines à détente et condensation, en substituant au coëfficient numérique celui du tableau du même paragraphe, qui convient à la force de la machine et à son état d'entretien;

Par la formule (1) ou la formule (2) du § 570, pour les machines à détente sans condensation.

Par la formule (1) du § 572, pour les machines à haute

pression sans détente ni condensation, en lui appliquant les coëfficients des machines à basse pression.

On pourrait également employer les formules (10), (11), (12) et (13) du § 582, qui ont été calculées avec des coëfficients invariables; les résultats seraient un peu différents, mais donneraient une valeur moyenne pour le nombre de chevaux.

§ 621. *Calcul d'une machine à basse pression.* — Soit proposé de trouver le travail en chevaux d'une machine à basse pression dans les circonstances suivantes :

La course du piston est de $1^m,1 = c$.

Le rayon du piston est de $0^m,286 = r$.

Le volume de vapeur dépensé par course du piston

$$= \pi r^2 c = \overset{\text{m. cube}}{0,2825} = v.$$

Le nombre de courses du piston $= 60 = n$.

La force élastique de la vapeur est de $1^{at},25 = 12913^k = f$.

La tension des gaz dans le condenseur, $f' = 1200^k$.

Nous prendrons le coëfficient 0,56.

Substituant dans la formule (1) du § 565, il vient

$$N = 0,56 \frac{nv}{4500}(f - f') = \overset{\text{chevaux}}{24,72}.$$

Par la formule (10) du § 582, on trouve $N = 22,^{ch.}07$.

§ 622. *Calcul d'une machine à détente et condensation.* — Soit proposé de trouver le travail en chevaux d'une machine de cette espèce dans les circonstances suivantes :

La course du piston est de $1^m,40$.

Le nombre de courses du piston en $1' = 60 = n$.

Le rayon du piston est $r = 0^m,337$.

La vapeur se détend de 4 fois son volume primitif.

Le volume de vapeur dépensé, agissant en plein, sera, pour une course,

$$\pi r^2 \frac{c}{5} = \overset{\text{m. cube}}{0,100} = v.$$

La force élastique f de la vapeur est de 4 atmosphères $= 41320^k$.

Après la détente, elle est $f_1 = \frac{4^{at}}{5} = 8264^k$.

La force élastique dans le condenseur $f' = 1200^k$.

Le tableau donne pour coëfficient 0, 42.

La force en chevaux est, en substituant dans l'équation (1) du 568,

$$N = 0,42 \frac{n}{4500} v f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{f'}{f_1} \right\} = \overset{\text{chevaux}}{23,14.}$$

§ 623. *Calcul d'une machine à détente sans condensation.* — Soit proposé de trouver la force en chevaux d'une machine de cette espèce dans les circonstances suivantes,

La course du piston est de $1^m, 5 = c$.

Le nombre de courses en $1' = 60 = n$.

Le rayon du piston $= 0^m, 25 = r$.

La vapeur se détend de 4 fois son volume primitif.

Le volume de vapeur dépensé sera, pour une course :

$$\pi r^2 \frac{c}{5} = 0^{mc}, 059 = v.$$

La force élastique de la vapeur $f = 4^{at} = 413\,20^k$.

Après la détente, elle est

$$f_1 = \frac{4^{at}}{5} = 826^k.$$

La substitution de ces données dans la formule (1) du § 570, la machine étant en bon état, donne

$$N = 0,40 \frac{n}{4500} v f \left\{ 1 + e \log. \frac{f}{f_1} - \frac{10330}{f_1} \right\} = \overset{\text{chevaux}}{17,68.}$$

§ 624. *Calcul d'une machine à haute pression sans détente ni condensation.* — Soit proposé de trouver la force en chevaux d'une machine de cette espèce dans les circonstances suivantes :

La course du piston $= 1^m, 3 = c$.
Le nombre de courses en $1' = 60 = n$.
Le rayon du piston $= 0^m, 25 = r$.
Le volume de vapeur dépensé par course de piston sera

$$\pi r^2 c = \overset{mc}{0,255} = v.$$

La force élastique de la vapeur $f = 5^{at} = 51650^k$.

En adoptant le coëfficient 0, 60, la formule (1) du § 572 donne

$$N = 0,60 \frac{nv}{4500}(f - 10330) = 84 \text{ chevaux}.$$

§ 625. *Etablissement des machines à vapeur; dispositions préliminaires.* — Pour le choix d'une machine à vapeur on doit se déterminer d'après quelques circonstances particulières aux localités, telles que le prix du charbon, la quantité d'eau dont on peut disposer, etc. En effet, les machines à détente consomment moins de charbon que les machines à basse pression, et nous avons vu d'une part, § 561, qu'il y avait peu d'avantage à attendre de l'emploi de la vapeur à haute pression, et de l'autre, § 577, qu'il n'y avait pas toujours avantage à condenser.

§ 626. *Etablissement d'une machine à basse pression.* — Le système de la machine étant arrêté, on procède à son établissement de la manière suivante, et nous choisirons pour exemple l'établissement d'une machine à basse pression.

Pour une machine à basse pression, on se donne

Le nombre de chevaux de force de la machine, nécessaire à la marche de l'usine;

La tension de la vapeur à laquelle la machine doit travailler;

La vitesse du piston et sa course, données par le tableau du § 580, et relatives à la force de la machine; ce qui conduit à la connaissance du nombre de coups de piston par minute, que le volant soit monté ou non sur l'arbre de la manivelle.

On fixera la température du condenseur, d'où l'on pourra conclure la tension que la vapeur y conserve après la condensation.

Volume de vapeur par course de piston. Cela posé, on déterminera le volume de vapeur à dépenser par course de piston, à l'aide de la formule (1) du § 565, en tirant de cette formule la valeur de v, ce qui donne

$$\frac{4500\,N}{C\,n\,(f-f')}, \ldots\ldots (1)$$

n exprimant le nombre de courses simples. Dans cette formule N est le nombre de chevaux ; C un coëfficient donné par le tableau du même paragraphe, et déterminé par la force de la machine ; f est la force élastique de la vapeur dans la chaudière sur un mètre carré, et f' celle des gaz du condenseur, également sur un mètre carré.

Le volume v sera trouvé en mètres cubes.

Vitesse et course du piston. On fixera la vitesse V du piston moteur, et sa course c, d'après la force de la machine, tableau du § 580 ; et l'on en conclura le nombre de courses par minute, à l'aide de la formule (1) du § 580, qui est

$$n = \frac{60\,V}{c} \ldots. (2).$$

Rayon du piston moteur. Le rayon du piston sera donné par la formule (1) du § 581 :

$$r = \sqrt{\frac{v}{\pi c}} \ldots\ldots (3).$$

Les dimensions du cylindre à vapeur sont ainsi connues.

Volume de vapeur par seconde. Le volume de vapeur à dépenser par seconde se déterminerait par la formule (2) du § 565, mais le volume par course étant connu, on déduit facilement de ce dernier volume celui par seconde, à l'aide de la formule

$$u = \frac{v.n}{60} \ldots\ldots (4).$$

Densité de la vapeur. Sa densité est donnée par la formule (1) du § 543 :

$$d = \frac{0,81\,n}{1+kt},$$

dans laquelle n désigne le nombre d'atmosphères de la vapeur, et qu'on peut mettre sous la forme suivante, pour éviter la confusion des notations :

$$d = \frac{0,81.\,\frac{f}{10330}}{1+kt} \ldots \quad (5).$$

On sait que d exprime ici le poids d'un mètre cube de vapeur en kilogrammes.

Le poids de la vapeur à dépenser par seconde, en kilogrammes, se déduira de son volume et de sa densité, en multipliant ces deux quantités l'une par l'autre.

Poids de l'eau d'alimentation par heure. Si l'on n'a pour but que de connaître la quantité d'eau d'alimentation, elle sera égale en poids à celui de la vapeur, et la formule (1) du § 573 la donnera immédiatement, par force de cheval et par heure ; d'où, pour la force de la machine, et par heure,

$$p = \frac{218700.\,n.\,N}{C(f-f')(1+kt)} \ldots\ldots (6).$$

N étant le nombre de chevaux et n le rapport $\frac{f}{10330}$ de la tension de la vapeur à la pression atmosphérique prise pour unité.

Poids de l'eau d'injection par heure. La quantité d'eau d'injection par heure sera donnée par la formule (1) du § 577.

$$P = \frac{p(550+t-t')}{t'-t_1} \ldots\ldots (7).$$

Volume du condenseur. On trouvera le volume mini-

mum du condenseur en recourant à ce qui a été dit au § 583.

Rayon de la pompe à air. Le rayon de la pompe à air sera donné par la formule (1) du § 584,

$$r = \sqrt{\frac{v}{0,8\,\pi c}} \;\ldots\ldots (8)$$

dans laquelle v est le volume du condenseur et c la course du piston de cette pompe.

Rayon de la pompe alimentaire. Le rayon de la pompe alimentaire se déterminera par la formule (1) du § 585,

$$r = \sqrt{\frac{v}{0,8\,\pi c}} \;\ldots\ldots (9)$$

dans laquelle v est le volume de l'eau d'alimentation dépensé pour deux courses de piston, et c la course du piston de cette pompe.

Rayon de la pompe de puits. Le rayon de la pompe de puits est donné par la même formule

$$r = \sqrt{\frac{v}{0,8\,\pi c}} \;\ldots\ldots (10)$$

dans laquelle v est le volume de l'eau d'injection pour deux courses de piston, et c la course de cette pompe

Poids du combustible nécessaire au service de la machine. On trouvera la quantité de combustible nécessaire au service de la machine, par heure, § 555, par la formule

$$Q = \frac{p\,(550 + t - t')}{3525} \;\ldots\ldots (11)$$

dans laquelle p est le poids de l'eau d'alimentation par heure (6), t est la température de la vapeur, et t' celle du condenseur.

Espace occupé par la vapeur dans la chaudière. L'espace occupé par la vapeur dans la chaudière sera déterminé par la formule (1) du § 578,

$$A = n\,(1 - t)\,v \ldots\ldots (12)$$

dans laquelle v est le volume de vapeur introduit dans le cylindre à chaque course, n est un nombre au moins égal à 30 et $t = \frac{3}{4}$.

Dimensions de la chaudière. Le volume de la chaudière, § 589, $= 3\,A$ au minimum.

D'où l'on déduira son rayon, connaissant sa longueur ou inversement.

L'épaisseur de la chaudière se trouvera par la formule (1) du § 589,

$$e = 0{,}018\,d\,(n-1) + 3 \ldots\ldots (13).$$

Rayon des soupapes de sûreté. Le rayon des soupapes se déterminera par la formule (1) du § 587,

$$r = \sqrt{\frac{4p}{m\,\pi\,d\,V}} \ldots\ldots (14)$$

dans laquelle p est le poids en kilogrammes de la vapeur dépensée par seconde, d la densité de cette vapeur, et V sa vitesse déterminée comme il est dit au § 587.

La formule (2) fait connaître le poids à placer à l'extrémité du levier

$$q = \frac{op\,(l - fr)}{L - fr} \ldots\ldots (15).$$

Surface de chauffe. La surface de chauffe se déterminera comme il est dit, § 590.

Application : Soit proposé d'établir une machine à vapeur à basse pression de la force de 20 chevaux $= N$.

La tension de la vapeur dans la chaudière sera portée à une atmosphère et un quart $= 1^{at}, 25 = 12913^{k} = f$.

Nous fixerons à $40° = t'$ la température du condenseur, et nous y supposerons la tension des gaz de $1200^{k} = f'$.

La température de la vapeur est de 107°, 4.

Le coëfficient $C = 0{,}56$.

La vitesse et la course, pour une machine de 20 chevaux,

$$V = 0^{m}, 9666 \text{ et } c = 1^{m}, 20 ; \text{ d'où (2)}$$

$$n = 48, 33 \text{ courses de piston par } 1'.$$

Le volume de vapeur dépensé par course de piston (1)

$$v = \overset{\text{m. cube.}}{0, 284}.$$

Le rayon du piston moteur (3)

$$r = 0^{m}, 274.$$

Le volume de vapeur dépensé par seconde (4)

$$u = 0^{m\,c}, 228762.$$

La densité de la vapeur (5)

$$d = \frac{0, 81 . 1, 25}{1 + kt} = 0^{k}, 721.$$

Le poids de la valeur à dépenser par seconde est de

$$0, 228 \times 0, 721 = 0^{k}, 16487.$$

Le poids de l'eau d'alimentation par heure pourrait s'en déduire en multipliant par 3600. On peut l'obtenir directement par la formule (6), ce qui donne environ

$$p = 600^{k};$$

et $0^{k}, 4158$ par oscillation.

Le poids d'eau d'injection par heure (7) en faisant $t_1 = 15^{\circ}$,

$$P = \overset{k}{14818} = \overset{\text{m. cubes}}{14, 818}$$

et $0^{m.c}, 01022$ par oscillation.

Le volume minimum du condenseur s'obtient comme il a été dit, § 583, et l'on trouve pour ce volume

$$\overset{\text{litres}}{22, 5978} = \overset{\text{m. c}}{0, 022\,5978}.$$

Le rayon de la pompe à air (8), en faisant $c = 0^{m}, 75$,

$$r = 0^{m}, 10937.$$

Le rayon de la pompe alimentaire (9), en faisant $c = 0^{m}, 75$,

$$r = \overset{\text{décim.}}{0,1485}.$$

Le rayon de la pompe de puits (10), en faisant $c = 0^{m}, 75$,

$$r = 0^{m}, 073635.$$

Le poids du combustible (11), à brûler par heure,

$$Q = 105^{k}.$$

Le volume de la vapeur dans la chaudière (12),

$$A = 30.\ \frac{1}{4}.\ 0,284 = \overset{\text{m. cubes}}{2,13}$$

d'où le volume de la chaudière au minimum $= 3A =$

$$\overset{\text{m. cubes}}{6,39}.$$

Donnant 2 mètres carrés de section transversale à la chaudière,

La longueur de la chaudière $= \frac{6,39}{2} = 3^{m}, 195$.

Le diamètre de la chaudière, si elle est cylindrique, $= 1^{m}, 596$.

L'épaisseur de la chaudière (13), en faisant $n = 2$,

$$e = \overset{\text{millim.}}{5,87}.$$

Pour déterminer le rayon des soupapes de sûreté, on trouve d'abord, en supposant la plus grande tension de 2^{at}, la densité à cette tension étant $1^{k}, 1132$,

$$V = 427^{m}, 6$$

et la formule (14) donne en faisant $m = 0,61$

$$r = 0^{m}, 031617.$$

On trouve pour le poids à placer à l'extrémité du levier dans les circonstances de l'application du § 587, (15),

$$q = 12^{k}, 935.$$

ETABLISSEMENT DES ENGRENAGES.

§ 627. *Méthode générale pour transmettre le mouvement du récepteur à l'outil.* — Pour compléter les notions générales sur l'établissement des récepteurs que nous avons étudiés, il reste à indiquer maintenant les méthodes employées pour transmettre le mouvement du dernier axe du récepteur au premier axe de l'outil ou de la machine qui est destinée à confectionner l'ouvrage.

Si ces deux axes peuvent être placés dans le prolongement l'un de l'autre, et si la vitesse de l'outil relative à son maximum d'effet, est dans les limites de celle qui convient au récepteur qu'on veut employer pour en tirer le meilleur parti possible, il n'y aura pas de transmission de mouvement à opérer, point d'engrenage à établir; la machine pourra être établie de la manière la plus simple, et les résistances passives seront fort diminuées.

Par exemple, les turbines étant des roues à axe vertical, si l'on veut établir un moulin à blé, les meules pourront être montées sur l'axe de la turbine, car ces sortes de roues font aisément de 100 à 120 tours par minute, nombres qui rentrent également dans les conditions ordinaires de vitesse des meules de moulin.

Lorsque les axes du récepteur et de l'outil ne peuvent être placés dans le prolongement l'un de l'autre, et que la vitesse de l'un ne convient pas à celle de l'autre, il faut employer des engrenages pour opérer la transmission du mouvement, et nous allons chercher la grandeur des rayons des diverses roues à employer pour obtenir ce résultat.

Pour résoudre cette question, il suffit de connaître le nombre de tours par minute de l'arbre du récepteur, et celui de l'arbre de l'outil.

Les calculs seront les mêmes que les axes soient ou non parallèles.

§ 628. *Cas où un seul engrenage suffit.* — Soit N le nombre de tours de l'axe du récepteur; soit n le nombre de tours de l'axe de l'outil.

Si la transmission peut s'opérer à l'aide d'un seul engrenage, les diamètres des roues devront être entre eux dans le rapport inverse des nombres de tours, et le premier étant choisi arbitrairement, ou par des considérations dépendant des localités, de la force des roues, etc.; l'autre diamètre s'en déduira par la formule

$$\frac{D}{d}=\frac{n}{N} \dots\dots (1)$$

en désignant par D le diamètre de la roue montée sur l'axe du récepteur, et par d le diamètre de la roue montée sur l'axe de l'outil.

On opérera ensuite comme au § 375 et suivants, si les axes sont parallèles, et comme au § 385, s'ils ne le sont pas.

Application : Supposons, par exemple, qu'on veuille faire faire 120 tours $= n$ à l'axe $a' b'$ (*fig.* 303), l'axe $a\, b$ qui doit lui communiquer le mouvement faisant lui-même 20 tours $= N$.

La formule (1) donne

$$\frac{D}{d}=6.$$

en faisant $D = 3^{m}$ on trouve $d = 0^{m}, 5$.

§ 629. *Cas où il faut plusieurs engrenages.* — Lorsque le rapport $\frac{n}{N}$ est trop grand, ou trop petit, on est obligé d'employer plusieurs engrenages, et pour déterminer les diamètres des roues qui commandent et ceux des roues commandées, il faudra décomposer ce rapport $\frac{n}{N}$ en facteurs qui exprimeront respectivement le rapport des diamètres des roues qui doivent se conduire; ce qui donnera

$$\frac{D}{d}\cdot\frac{D'}{d'},\dots = \frac{n}{N} \dots\dots (2),$$

en désignant par D, D',...... les diamètres des roues qui commandent, et par d, d',..... les diamètres des roues commandées.

Applications : 1° Soit proposé de transmettre le mouvement de l'axe ab à l'axe $a'b'$ (*fig.* 304), à l'aide de deux engrenages; l'axe ab faisant 5 tours $= N$ par minute, et l'axe $a'b'$ devant faire 120 tours $= n$.

On aura

$$\frac{D}{d}\cdot\frac{D'}{d'} = \frac{120}{5} = 24.$$

On peut décomposer 24 en 2 facteurs 6 et 4. Posant donc séparément

$$\frac{D}{d} = 6, \frac{D'}{d'} = 4,$$

et faisant

$$D = 3^m, D' = 1^m,$$

on en déduira

$$d = 0^m, 5 \text{ et } d' = 0^m, 25.$$

2° Soit encore proposé de transmettre le mouvement de l'axe ab à l'axe $a'b'$ à l'aide de deux engrenages; l'axe ab faisant 8 tours par minute $= N$ et l'axe $a'b'$ devant faire 130 tours $= n$.

On aura

$$\frac{D}{d}\cdot\frac{D'}{d'} = \frac{130}{8} = 16, 25.$$

Divisant ce nombre par 5, on trouvera pour l'autre facteur 3, 25.

D'où l'on peut poser séparément

$$\frac{D}{d} = 5 ; \frac{D'}{d'} = 3, 25.$$

Faisant

$$d = 0^m, 4, \text{ et } d' = 0^m, 20;$$

on trouve

$$D = 2^m, \text{ et } D' = 0^m, 65.$$

3° Soit encore proposé de transmettre le mouvement de l'axe ab à l'axe $a'b'$, à l'aide de deux engrenages ; l'axe ab faisant 10 tours $= N$ par minute, et l'axe $a'b'$ $130 = n$.

On aura

$$\frac{D}{d} \cdot \frac{D'}{d'} = \frac{130}{10} = 13.$$

Posant $\frac{D}{d}$ égal à un nombre entier quelconque 3, on aura

$$\frac{D}{d} = 3; \frac{D'}{d'} = \frac{13}{3}.$$

Faisant $d = 0^m, 5$, on trouve

$$D = 1^m, 5.$$

Faisant $d' = 0^m, 5$, on trouve

$$D' = 2^m, 166.$$

§ 630. *Remarque sur la détermination approchée des diamètres.* — Il est aisé de voir par le résultat de l'application 3° du paragraphe précédent, qu'il n'est pas toujours possible de déterminer les diamètres des roues de manière qu'elles transmettent rigoureusement le mouvement dans le rapport voulu des nombres de tours des axes donnés. Il suffit, pour que cette impossibilité se présente, qu'ayant pris des nombres entiers quelconques pour tous les rapports $\frac{D'}{d'}$, $\frac{D''}{d''}$,..... moins un, ce qu'on peut toujours faire, le dernier rapport ne soit pas entier, ou du moins ne puisse pas se réduire en décimales. Dans ce cas on doit se contenter d'une approximation dans la détermination du dernier diamètre D. Cela n'a pas une grande importance, puisqu'on peut toujours l'obtenir à moins d'une fraction du mètre aussi petite qu'on le voudra, et plus petite même que les dimensions qu'il soit possible de mesurer dans la pratique ; mais il n'en serait pas de même, lorsqu'on voudrait calculer les nombres des dents de chaque roue, comme nous allons le faire voir.

§ 631. *Détermination des nombres de dents des roues.* — Les nombres de dents de deux roues qui se conduisent doivent être dans le même rapport que leurs diamètres. D'où il suit que la formule (2) du § 629 servira également à déterminer les nombres de dents, en supposant que D, D',.... y représentent les nombres de dents des roues qui commandent et d, d',.... les nombres de dents des roues commandées.

Mais ici, comme les nombres de dents des roues doivent être entiers, examinons l'influence que cette condition aura sur les résultats.

Le problème de la détermination des nombres de dents des roues est aussi indéterminé que celui de la détermination de leurs diamètres. Connaissant donc toujours les nombres de tours N et n des deux axes, on pourra choisir arbitrairement tous les nombres entiers moins un auxquels on doit égaler les rapports $\frac{D'}{d'}$, $\frac{D''}{d''}$,..... et cela en choisissant autant que possible ces nombres entiers parmi les facteurs du rapport $\frac{n}{N}$. Il en résultera alors généralement pour le rapport $\frac{D}{d}$ une certaine valeur $\frac{a}{b}$, entière ou fractionnaire. D'où

$$\frac{D}{d}=\frac{a}{b}.$$

Si cette valeur est entière, le nombre des dents de cette dernière roue est aussi multiple de celui des dents du pignon qu'elle mène, comme pour les autres roues. Si cette valeur est fractionnaire, il suffira de donner aux nombres D et d des valeurs qui soient dans le rapport de a à b.

Par exemple, dans l'application 1° du § 629, on peut donner 72 dents à la roue D et 12 au pignon d qu'elle conduit; 40 dents à la roue D' et 10 au pignon qu'elle conduit.

Dans l'application 2° du même paragraphe, on peut

donner à la roue D 60 dents et 12 au pignon d. Quant aux roues D' et d' dont le rapport des diamètres est fractionnaire et égal à

$$\frac{D'}{d'} = 3,25 = \frac{325}{100},$$

cette équation est susceptible d'un grand nombre de solutions entières pour D' et d', parmi lesquelles 65 et 20 seraient des valeurs assez convenables.

Dans l'application 3° on peut donner 60 et 20 dents aux roues D et d; quant aux roues D' et d', on aurait encore à résoudre l'équation indéterminée

$$3D = 13d',$$

pour laquelle on trouverait que tous les multiples de 3 conviendraient à d', d'où l'on tirerait D'. On peut prendre par exemple

$$d' = 27 \text{ d'où } D' = 117.$$

Pour dernière application, proposons-nous de transmettre le mouvement d'un axe à un autre à l'aide de 4 roues et de 4 pignons, le rapport des nombres de tours du dernier pignon et de la première roue étant 2800.

$$\text{D'où } n = 2800;\ N = 1.$$

Nous aurons donc

$$\frac{D}{d} \cdot \frac{D'}{d'} \cdot \frac{D''}{d''} \cdot \frac{D'''}{d'''} = 2800.$$

Faisant

$$D' = 80;\ D'' = 80;\ D''' = 84;\ d' = 12;\ d'' = 10;\ d''' = 12$$

et supprimant les facteurs communs, il vient

$$\frac{D}{d} = \frac{15}{2}.$$

Toutes les valeurs paires conviendront au nombre d, car

$$D = \frac{15\,d}{2}.$$

Entre autres solutions, on pourra donc prendre

$$d=10\text{; d'où } D=75.$$

Ainsi les roues qui commandent, devront avoir 75, 80, 80, 84 dents, et les roues commandées 10, 10, 12 et 12.

§ 632. *Cas où les vitesses données ont un rapport irréductible, et sont exprimées par des nombres premiers.* — Il arrive souvent que les vitesses données N et n sont exprimées par de grands nombres dont le rapport est irréductible, ces deux nombres étant d'ailleurs des nombres premiers. Il est nécessaire alors de les remplacer par d'autres qui n'offrent pas ces difficultés, et dont le rapport soit aussi voisin que possible du rapport proposé.

Supposons, par exemple, que dans une horloge, on veuille établir une aiguille sur un axe qui fasse sa révolution en deux jours et demi, tandis qu'une autre aiguille placée sur un autre axe, mis en mouvement par le premier, n'accomplirait la sienne qu'en 29 jours 12 heures 44 minutes, durée moyenne du retour des phases lunaires. Ces deux tours réduits en minutes sont 3600 et 42524. Le rapport de ces deux nombres se réduit à $\frac{900}{10631}$. Ces deux nombres sont premiers entre eux, et le nombre 10631 est premier.

Il serait difficile de faire deux roues, l'une de 900 dents, l'autre de 10631. Soient donc x et y les deux nombres que nous voulons substituer à ceux-ci. Il faudra que les fractions $\frac{900}{10631}$ et $\frac{x}{y}$ soient à très-peu près égales, ou que la différence $900y - 10631x = a$, a étant très petit. En résolvant cette équation indéterminée par la méthode ordinaire, on a

$$y = 2705a + 10631t,\ x = 229a + 900t.$$

a étant très petit et arbitraire, les valeurs entières de t en donneront également pour x et y; mais parmi ces valeurs, il

faudra choisir celles qui pourront se décomposer en facteurs, Ainsi

$$a = 7 \text{ et } t = -1,$$

donnent

$$x = 703 = 19 \times 37, y = 8304 = 48 \times 173.$$

Entre autres manières d'arriver au résultat, on a donc le système

$$D = 173, D' = 48, d = 37, d' = 19.$$

Il est bien vrai que le rapport $\frac{703}{8304}$ n'est pas égal à $\frac{900}{10631}$ mais nous pouvons aisément apprécier l'erreur commise. Car, si l'on pose $\frac{3600}{z} = \frac{703}{8304}$, on trouve

$$z = 42524{,}04 \text{ au lieu de } 42524.$$

Ainsi, l'erreur commise est de 0', 04 ou 2'', 4 par révolution lunaire, ou environ 30'' par an. En prenant

$$a = 4 \text{ et } t = -1,$$

on trouverait

$$x = 16 \text{ et } y = 189.$$

Avec deux roues on pourrait donc encore parvenir au mouvement désiré.

§ 633. *Marche définitive du calcul pour l'établissement des engrenages.* — Nous avons donné le moyen de déterminer les rapports $\frac{D}{d}, \frac{D'}{d'}$..... des diamètres des roues, et nous avons pris arbitrairement le diamètre de l'une d'elles pour en déduire celui de la roue qui engrène avec elle. Il suit de là que, ayant trouvé les diamètres, les rapports des nombres de dents seraient également déterminés, et qu'on ne pourrait rien changer à ces rapports. Indiquons donc la marche à suivre pour que la question n'offre aucune indétermination.

Nous avons vu § 320, que l'épaisseur d'une dent était

connue quand on connaissait la pression P exercée à la circonférence de la roue, Or, ayant fixé arbitrairement, ou d'après des considérations de localité, le diamètre de la première roue montée sur l'arbre du récepteur, en divisant l'effet à transmettre exprimé en kilogrammètres, par la vitesse de cette roue qui est connue puisqu'on connaît son rayon et son nombre de tours qui est le même que celui du récepteur, le quotient donnera l'effort en kilog. à transmettre à la circonférence de cette roue, ou P. Les formules du § 320 donneront l'épaisseur de la dent. Ajoutant à cette épaisseur la largeur du creux, le quotient de la circonférence de la roue par cette somme donnerait le nombre D des dents qui serait ainsi fixé. Mais comme ce nombre ne sera généralement pas un facteur du nombre N, on devra choisir pour le nombre D un nombre qui se rapproche le plus possible de ce dernier, ce qui aura pour résultat d'augmenter ou de diminuer un peu le diamètre de la roue, et de modifier également l'épaisseur de la dent.

On opérerait ainsi pour les autres nombres D', D''.... et de la valeur des rapports $\frac{D}{d}$, $\frac{D'}{d'}$, ... on déduira celle des diamètres des pignons et du nombre de leurs dents.

Pour éclaircir ce que nous venons de dire par un exemple. soit une roue hydraulique de la force de 20 chevaux et de 4^m de diamètre, et qui doit faire 10 tours par minute. Elle communiquera le mouvement à un arbre à l'aide de 2 engrenages, et doit lui imprimer une vitesse de 120 tours par minute.

On aura

$$\frac{D}{d} \cdot \frac{D'}{d'} = \frac{120}{10} = 12 \text{ ; d'où}$$

$$\frac{D}{d} = 4, \frac{D'}{d'} = 3.$$

En donnant 2^m de diamètre à la roue montée sur l'arbre

de la roue hydraulique, sa vitesse à la circonférence sera, par seconde,

$$\frac{2\pi R.n}{60} = 2^{m}, 094.$$

L'effort exercé à sa circonférence

$$= \frac{20.75}{2,094} = 716^{k}.$$

L'épaisseur de la dent, § 320,

$$b = 0, 105\sqrt{P} = \overset{\text{cent.}}{2, 8}.$$

En doublant, on aura $\overset{\text{cent}}{5, 6}$ pour la somme de l'épaisseur et du creux.

Divisant la circonférence de la roue par $0^{m}, 056$, le quotient est à peu près 112. Ce nombre est précisément divisible par 4. Nous pourrons donc donner 112 dents à la première roue $= D$; d'où $d = 28$, c'est-à-dire que le pignon aura 28 dents; son diamètre sera

$$\frac{2}{4} = 0^{m}, 5.$$

On opérerait de la même manière pour les nombres D' et d', et l'on trouverait en faisant le diamètre de la deuxième roue $= 1^{m}$,

Pour l'épaisseur de la dent $\overset{\text{cent.}}{1, 9845}$.

Pour la somme de l'épaisseur et du creux 3, 969.

Pour le nombre des dents 79. Ce nombre n'étant pas divisible par 3 rapport de $\frac{D'}{d'}$, nous pouvons prendre 78 pour le nombre des dents de la deuxième roue; d'où 26 pour le nombre des dents du pignon. Le diamètre de ce dernier sera

$$\frac{1^{m}}{3} = 0^{m}, 3333.....$$

NOTIONS SUCCINCTES SUR LA MARCHE ET L'ÉTABLISSEMENT DES USINES.

DES MOULINS A FARINE.

§ 634. *Mouture du blé.* — Nous nous proposerons dans ce chapitre d'indiquer les données sur lesquelles les moulins à farine doivent être établis.

La mouture du blé s'opère à l'aide de deux meules; l'une immobile, appelée la *meule dormante*, l'autre mobile sur un pivot, appelée la *meule tournante*. La distance de ces deux meules diminue du centre vers la circonférence. La surface des meules est taillée de manière à offrir de petits canaux dirigés de la circonférence au centre. Le blé est introduit par le centre de la meule tournante, et la force centrifuge due au mouvement circulaire imprimé à cette meule force le blé à s'écarter du centre, et à se présenter aux parties les plus rapprochées des meules, où il est réduit en farine. Des petits canaux favorisent le dégagement de la farine.

Les méthodes employées pour la mouture du blé peuvent se diviser en deux principales : *la mouture à la grosse* et *la mouture économique*. Dans la première on ne fait passer le blé qu'une fois sous la meule; dans la seconde, on remoud les *gruaux* qui ont été séparés par le *blutage*.

Dans les moulins bien établis, le blé est préalablement nétoyé à l'aide de *cribles rotatifs* et de *tarares* ou *ventilateurs* qui sont mis en mouvement par le moteur. Pour cela, il est élevé, à l'aide d'une chaîne à seaux, à la partie supérieure de l'établissement, d'où il retombe dans les appareils destinés à le nétoyer, et de là sous les meules. On se sert, pour

le conduire, d'une vis sans fin en mouvement dans une auge et dont les filets minces et saillants disposés en hélices entraînent le grain dans leur mouvement. En sortant des meules, la farine est élevée à l'aide d'une chaîne à seaux jusqu'au *refroidisseur*, composé d'un arbre vertical ne faisant pas plus de 4 révolutions par minute, et qui entraîne avec lui une pièce de bois horizontale placée à sa partie inférieure. Cette pièce est garnie de petites planches qui remuent la farine, lui permettent de se refroidir, et enfin la conduisent jusqu'à la trémie qui doit la faire tomber dans les *blutoirs*. Ces derniers sont de grands cylindres rotatifs recouverts d'une toile plus ou moins grosse destinée à laisser passer les farines les plus fines, et à retenir le son, les recoupettes, etc.

§ 635. *Du poids des meules.*—On emploie, pour la mouture, des meules de différentes grandeurs; les plus grandes meules paraissent les plus avantagenses.

Le poids des meules semble devoir être proportionnel à leur surface, et l'on peut admettre que la charge sur chaque mètre carré de la surface de la meule doit être moyennement de 850^k.

D'où il suit que si l'on désigne par d le diamètre d'une meule exprimé en mètres, son poids sera représenté par la formule $850 . \frac{\pi d^2}{4}$, ou, en réduisant

$$\text{Poids d'une meule} = 668 d^2 \text{ kilog.....} \quad (1)$$

§ 636. *De la vitesse des meules.*—La vitesse des meules peut varier dans des limites assez étendues. Toutefois, lorsqu'une meule tourne trop lentement, le grain n'acquiert pas une force centrifuge suffisante, et il s'écrase mal; lorsque la vitesse est trop grande, le grain s'échauffe beaucoup et la farine est altérée. La vitesse des meules est donc un élément important de l'établissement des moulins. On admet que cette vitesse peut varier, sans altérer la farine, de 3 à 5^m par seconde aux deux tiers du rayon. D'où il suit que lors-

qu'on voudra établir un moulin, il faudra compter sur une vitesse moyenne, et non sur la plus grande ou la plus petite vitesse que la meule puisse prendre sans inconvénient, et nous admettrons 4^m par seconde pour celle qui convient au point d'une meule situé aux deux tiers de son rayon.

En désignant donc toujours par d le diamètre de la meule en mètres, on aura, pour déterminer le nombre de tours par seconde, la formule générale $v = \pi dn$, dans laquelle nous remplacerons v par 4^m, d par $\frac{2}{3}d$, et nous aurons, en réduisant,

$$\text{Le nombre de tours par seconde} = \frac{1{,}91}{d} \ldots\ (1).$$

§ 637. *De l'effort exercé sur les meules.* — Lorsqu'une machine a acquis le mouvement uniforme, nous avons vu que les efforts produits aux points d'application de la puissance et de la résistance se faisaient équilibre. Dans un moulin établi, il est donc possible d'évaluer approximativement l'effort produit par la résistance du blé, en partant de l'axe du récepteur, évaluant les frottements sur chaque axe, jusqu'à la meule. Cet effort paraît être moyennement le $\frac{1}{22}$ du poids de la meule, quand il est supposé exercé aux $\frac{2}{3}$ du rayon. Ce poids étant (1) § 635 égal à $668\,d^2$, on aura pour

$$\text{L'effort sur la meule} = 30{,}36\,d^2 \text{ kilog} \ldots (1).$$

§ 638. *Travail sur l'axe de la meule, et sur l'axe du récepteur, pour la mouture à la grosse et pour la mouture économique.* — Cet effort étant multiplié par la vitesse de son point d'application, c'est-à-dire par 4^m, donnera le travail dépensé sur l'axe de la meule pour la faire tourner. Ce travail est :

$$\text{Travail sur la meule} = 121{,}4\,d^{2\,km} \ldots\ (1).$$

D'après quelques expériences, assez incertaines, on pa-

raît devoir admettre qu'il faut ajouter le tiers de cette quantité pour faire mouvoir le blutoir et pour les pertes en frottement ; ce qui donnera :

Travail sur l'axe du récepteur $= 161{,}86\ d^{2\ \mathrm{km}}$.... (2)

Cette évaluation peut cependant être beaucoup réduite par la bonne exécution des engrenages, et serait encore bien moindre, si l'on employait un récepteur à axe vertical, dont l'arbre portât immédiatement la meule.

Les résultats précédents s'appliquent aux moulins pour la mouture à la grosse.

Pour la mouture économique on ajoute une moitié en sus; ce qui donne pour

Le travail sur la meule $= 182{,}1\ d^{2\ \mathrm{km}}$... (3) et pour

Le travail sur l'axe du récepteur $= 242{,}8\ d^{2\ \mathrm{km}}$.... (4)

§ 639. *Quantité de blé moulue par seconde.* — De nombreuses expériences paraissent établir que la quantité de travail équivalente à 1000^{km} exercée sur une meule correspond à une quantité de blé moulue égale à $0^{\mathrm{k}},18$. D'où l'on déduira la quantité de blé moulue par seconde, en établissant cette proportion :

$$1000 : 0{,}18 :: 121{,}4\, d^2 : x.$$

d'où l'on tire pour

La quantité de blé moulue par seconde $= 0{,}02185\ d^2$ kil. (1) mouture à la grosse.

§ 640. *Etablissement d'un moulin mû par une roue hydraulique.* — Soit proposé d'établir un moulin pour trois paires de meules de $1^{\mathrm{m}},20$ de diamètre.

La roue hydraulique doit faire 10 tours par minute.

Nous aurons pour le poids d'une meule (1) § 635, $668\ d^2 = 962$ kilog.

Le nombre de tours (1) § 636 $\frac{1{,}91}{d} = 1{,}6$ par seconde, et 96 par minute.

Le travail sur chaque meule par seconde (1) § 638, $121{,}4\ d^2 = 174^{\mathrm{km}},8$.

Travail pour les trois meules $= 524^{km},4$.

La quantité de blé moulue par seconde $= 0,02185\ d^2 = 0^k,031464$ et par heure 113^k pour une meule.

La quantité de blé moulue par ces trois meules, par heure, $= 339^k$.

Si l'on veut moudre par le procédé de la mouture économique, le travail sur l'axe du récepteur (4) § 638 $= 242,8\ d^2 = 349^{km},632$.

Pour les trois meules le travail sur l'axe du récepteur $= 1049^{km} = 14$ chevaux.

Le travail sur le récepteur étant déterminé, on procédera à son établissement, comme il est dit § 614 à 619, si le moteur est l'eau, et § 620 à 626 si le moteur est la vapeur.

Quant aux engrenages, il n'y a pas d'inconvénient à faire faire 120 tours aux meules. On pourra donc adopter les dispositions de l'application du § 633, et employer deux engrenages en donnant 112 dents et 78 aux roues, 28 et 26 aux pignons. Les diamètres des roues seraient 2^m et 1^m, les diamètres des pignons $0^m,5$ et $0^m,333$.....

On a alors la disposition représentée par la fig. 304.

DES SCIERIES.

§ 641. *Sciage du bois.* — Les scies qu'on emploie pour débiter le bois en planches sont rectilignes ou circulaires. Les moulins à scies circulaires ont sur les autres l'avantage d'être soumis au mouvement uniforme, et d'éviter par conséquent les pertes de travail auxquelles donne lieu le mouvement alternatif.

Dans les scieries alternatives, fig 305, la pièce de bois à débiter *H* est assujettie sur le chariot *N* par des traverses *a a'* que l'on serre contre la pièce à l'aide de boulons. Le mouvement est imprimé au châssis des scies par la bielle *C* fixée

à une manivelle qui se meut elle-même avec l'arbre *B*; ce dernier reçoit le mouvement du moteur. Sur cet arbre est monté un volant pour régulariser l'action de la manivelle.

L'appareil placé en *N*, appelé *chariot*, destiné à faire avancer la pièce à débiter qui est placée sur lui, est composé de deux madriers *N N*, parallèles, et sur le côté desquels on a fixé deux crémaillères. Ces madriers glissent dans deux coulisses qui les obligent à se mouvoir parallèlement et en ligne droite. Les crémaillères engrènent avec deux petits pignons *r* montés sur un arbre *q*. Le mouvement étant imprimé à cet arbre, les petits pignons cèdent à cette action et agissent sur les crémaillères qui entraînent avec elles la pièce à débiter.

Les scies n'agissant sur le bois que pendant leur descente, on ne doit faire avancer la pièce à débiter qu'à la fin de leur course ascendante : on y parvient à l'aide d'une roue à rochet *l* montée sur l'arbre *q* des petits pignons *r*. Parmi les dispositions adoptées pour faire mouvoir la roue à rochet, nous citerons la suivante : sur l'axe de l'un des galets *o* qui dirigent le mouvement vertical du châssis porte-lames, se trouve un galet *p* plus petit et qui se meut dans le levier à coulisse *k*, mobile autour du point fixe *o*. Ce levier porte à son extrémité inférieure un cliquet *m* qui se dégage de la roue à rochet pendant le mouvement du levier, et va retomber sur la dent suivante de la roue lorsque le châssis commence à remonter. En même temps la pièce de bois avance, car le cliquet *m* a fait tourner la roue à rochet, celle-ci a entraîné les pignons, et ces derniers les cremaillères et par conséquent le chariot et la pièce à débiter. Le cliquet *n* est destiné à empêcher le recul du chariot. Le bout inférieur du levier *k* est percé de plusieurs trous, afin qu'en variant le point d'attache du cliquet *m*, on puisse régler la course du chariot sur le degré de dureté du bois. Et comme on peut avoir besoin de ne faire avancer la pièce que d'une quantité qui corresponde à une demi-dent ou une dent et demie sur la roue à rochet, on peut alors employer deux autres cli-

quets m' et n' qui, lorsque les premiers sont engagés dans les dents de la roue à rochet, posent sur le milieu des dents correspondantes. Deux petites chaînettes placées sur ces cliquets sont destinées à les faire désengrener lorsque la pièce est débitée.

§ 642. *Sur l'action que le moteur exerce dans le sciage du bois.* — Les scies n'agissant que pendant leur descente, il est évident que le moteur n'a à vaincre que le poids du châssis pendant sa montée. Il n'est pas nécessaire de tenir compte, dans l'évaluation de l'action des scies, du travail effectué dans cette montée, puisqu'il est restitué intégralement par l'inertie pendant la descente et soulage d'autant le travail du moteur. Il y a donc lieu à régulariser le mouvement en donnant une valeur convenable au poids du châssis des scies. Il est évident d'abord qu'il ne peut jamais y avoir que du désavantage à faire ce poids plus grand que la résistance F du bois. Si le poids du châssis est précisément égal à cette résistance, le moteur aura à soulever ce poids pendant sa montée, et n'aura aucune résistance à vaincre pendant sa descente. Si le poids est plus petit que la résistance F, et égal par exemple à $F - F'$, pendant la montée le moteur soulèvera le poids $F - F'$, et pendant la descente il exercera de haut en bas l'effort F'. En diminuant le poids du châssis, on tend donc à régulariser le mouvement, et cette action sera aussi régulière et constante que le comporte la nature de la machine en faisant

$$F - F' = F', \text{ ou } F = 2\,F',$$

c'est-à-dire en faisant le poids de la scie égal à la moitié de la résistance.

§ 643. *Travail consommé par le sciage du bois.* — En cherchant la quantité de travail dépensée pour effectuer un trait de scie de un mètre carré de surface dans du chêne vert, on a trouvé

43333 kilogrammètres.

Une pièce de bois de chêne vert de $0^m,32$ d'épaisseur peut

être avancée de $0^{m},162$ par minute, ce qui donne pour surface de sciage par seconde $0^{m.c},000864$. Ce nombre de mètres carrés multiplié par le travail dépensé pour scier un mètre carré, ou 43333, donne $37^{km},4$ pour le travail effectué par une scie dans une seconde.

Plusieurs causes tendent à augmenter beaucoup ce travail: le mouvement à imprimer au chariot, les frottements, et enfin les secousses qui peuvent avoir lieu à chaque oscillation de la scie. En évaluant à peu près à $\frac{1}{8}$ le travail du frottement, on aurait donc environ $40^{k.m}$ pour le travail dépensé pour la surface de sciage par seconde. Quant à l'effet des secousses résultant du mouvement alternatif de la scie, son estimation est très incertaine, mais on peut admettre qu'en général le travail perdu par les chocs et les changements brusques de vitesse peut être estimé le double du travail utile : d'où l'on voit que pour avoir le travail sur l'arbre du moteur, il faut tripler le résultat précédent $40^{k.m}$, ce qui donne

$$120^{k.m}.$$

par seconde pour le travail d'une scie dans du chêne vert, mesuré sur l'axe du récepteur.

Pour le chêne sec, le travail est la moitié en plus, ou

$$180^{k.m}.$$

Pour le bois blanc, le travail est de un quart en moins, ou

$$90^{k.m}.$$

Pour l'orme, le travail est des trois quarts en plus, ou

$$210^{k.m}.$$

§ 644. *Surface de sciage par cheval et par heure pour les différents bois.* — La surface de sciage par seconde étant

$$0^{m.c},000864,$$

et cette surface exigeant 120, ou 180, ou 90, ou 210 kilo-

grammètres, suivant la nature du bois, la surface de sciage par cheval et par seconde sera

$$\text{Pour le chêne vert } \frac{0{,}000864 \times 75}{120}{}^{\text{mc}};$$

$$\text{Pour le chêne sec } \frac{0{,}000864 \times 75}{180}{}^{\text{mc}};$$

$$\text{Pour le bois blanc } \frac{0{,}000864 \times 75}{90}{}^{\text{mc}};$$

$$\text{Pour l'orme } \frac{0{,}000864 \times 75}{210}{}^{\text{mc}};$$

en multipliant par 3600, nous aurons la surface de sciage par cheval et par heure, ou

	m. carré
Pour le chêne vert	1,944
Pour le chêne sec	1,296
Pour le bois blanc	2,592
Pour l'orme	1,11

§ 645. *Nombre d'oscillations des scies et leur vitesse.* — On peut faire faire aisément aux scies alternatives 120 oscillations par minute. On donne à la manivelle $0^{m},16$, ce qui fait

La course de la scie $= 0^{m},32$.

En multipliant par le nombre de courses 240, et divisant par 60, on aura la vitesse des scies par seconde, ou

Vitesse des scies $= 1^{m},28$.

§ 646. *Poids du châssis.* —En désignant par S la surface de sciage par seconde pour le bois que l'on considére, en multipliant cette surface par 43333, on aura le travail effectué sur les scies. Divisant ce travail par la vitesse, le quotient donnera l'effort moyen exercé sur elles par le bois, et comme le poids du châssis doit être la moitié de cet ef-

fort pour la plus grande régularité du mouvement, nous aurons donc pour le poids du châssis,

$$16920 . S \text{ kil.}$$

Ce résultat est relatif au bois de chêne vert.

Pour le chêne sec, le poids du châssis serait

$$25380 S \text{ kil.}$$

Pour le bois blanc,

$$12690 S \text{ kil.}$$

Pour l'orme,

$$29610 S \text{ kil.}$$

§ 647. *Poids du volant.* — Le poids du volant propre à régulariser l'action de la manivelle se déterminera par la formule

$$P = \frac{30000}{V^2}, \ldots. (1)$$

dans laquelle V désigne la vitesse de sa circonférence moyenne.

§ 648. *Sur les scies circulaires.* — On peut aisément donner une vitesse de 6^m aux scies circulaires. La quantité dont on peut faire avancer le chariot dans une seconde est de $0^m,0125$. Par conséquent, en supposant une pièce de bois de $0^m,4$ d'épaisseur, la surface de sciage par seconde sera $0^{mc},005$. Ce travail exige une quantité d'action $=0,005 \times 43333 = 217^{km}$. Comme ici il n'y a plus de chocs, et que les frottements et le mouvement imprimés au chariot peuvent seuls faire perdre une partie de la quantité de travail fournie par le moteur, il suffira d'augmenter ce travail de $\frac{1}{7}$, ce qui porte à

$$250^{km}$$

la quantité de travail que le moteur doit fournir par chaque lame de scie et par seconde, pour le chêne vert.

En admettant les mêmes rapports que précédemment pour les autres bois, on aura

Pour le chêne sec : 375^{km}.
Pour le bois blanc : 188^{km}.
Pour l'orme : 438^{km}.

Opérant enfin comme pour les scies alternatives dans la détermination de la surface de sciage par cheval et par heure, on aura,

	m. carrés
Pour le chêne vert	5, 4.
Pour le chêne sec	3, 6.
Pour le bois blanc	7, 2.
Pour l'orme	3, 1.

§ 649. *Détermination des engrenages.* — Le nombre de tours par minute de l'axe du récepteur étant connu, ainsi que le nombre d'oscillations des scies, il est facile de déterminer les rayons des engrenages qui doivent transmettre le mouvement de l'axe du récepteur à celui de la manivelle. On trouvera la marche à suivre dans ce cas § 627 à 633. Il vaudra mieux, pour cette transmission, employer des bandes de cuir, à cause des obstacles que les scies peuvent rencontrer dans le bois.

Pour déterminer le nombre des dents de la roue à rochet, nous supposerons connue la quantité dont la pièce à débiter doit avancer par minute. Soit cette quantité $=e$. Prenons un pignon composé d'un nombre quelconque de dents, et dont la circonférence primitive contienne la quantité e un nombre de fois que nous désignerons par k. Puisque le chariot avance de e par minute, le pignon tourne de la même quantité dans le même temps; donc il mettra k minutes à faire un tour; et comme la roue à rochet est montée sur le même axe, elle fera également un tour en k minutes. D'où il suit que les scies faisant 120 oscillations par minute, elles feront $120\,k$ oscillations pendant que la roue à rochet fera un tour. Si donc on donne à cette roue un nombre de dents égal à $120\,k$, elle avancera d'une dent pour une oscillation de la scie.

§ 650. *Etablissement d'une scierie alternative.* — Soit

proposé d'établir une scierie alternative qui puisse débiter par heure 20 mètres carrés de bois de chêne sec.

En appliquant les principes précédents, nous aurons,

Pour le nombre de chevaux § 644,

$$\frac{20}{1,296} = 16 \text{ environ.}$$

Pour le nombre de lames nécessaire, § 643,

$$\frac{75 \times 16}{180} = 6{,}66 \text{ ou } 7 \text{ environ.}$$

(lames)

Nous donnerons aux scies 120 oscillations par minute, au charriot un avancement de 0, 16 par minute, et 0^{m}, 32 à chaque course de scie.

D'où la vitesse des scies $= 1^{m},28$.

La surface de sciage par seconde $= 0^{mc},00555....$

Le poids du châssis § 643 $= 132$ kil.

En donnant au volant de la manivelle un diamètre égal à 1^{m}, la vitesse par seconde

$$= \frac{120\pi}{60} = 2\pi = 6^{m},28. \text{ D'où}$$

Poids du volant § 647 $= 750$ kil.

Le nombre de tours de l'axe du récepteur et le nombre 120 de révolutions de la manivelle feront connaître les diamètres des tambours à employer pour transmettre le mouvement du récepteur à la manivelle.

Le chariot avance de 0^{m}, 16 par minute. Si nous prenons un pignon dont la circonférence primitive soit égale à trois fois cette quantité, on donnera à la roue à rochet 3 fois 120 ou 360 dents.

DES MACHINES SOUFFLANTES.

§ 651. *Description succincte de ces machines.* —Les appareils employés de préférence pour alimenter d'air les hauts-fourneaux et les forges, sont les machines soufflantes à piston.

Elles se composent d'un cylindre *C*, fig. 306, dans lequel se meut un piston *P*. Deux soupapes d'aspiration *A*, *A'*, permettent l'introduction de l'air dans le cylindre; deux soupapes d'expiration *E*, *E'*, servent à le lancer dans les conduits. En *R* se trouve un régulateur à eau destiné à donner à l'air une tension uniforme marquée par la différence de niveau de l'eau à l'intérieur et à l'extérieur de ce régulateur.

Lorsque la machine soufflante doit être mise en mouvement par une roue hydraulique, le mouvement se transmet à l'aide d'engrenages, d'une manivelle et d'une bielle fixée à l'une des extrémités d'un balancier. L'autre extrémité reçoit la tige du piston de la machine soufflante.

Lorsque cette machine est mise en mouvement par une machine à vapeur, le piston de cette dernière est à l'une des extrémités du balancier, et celui de la machine soufflante à l'autre.

§ 652. *Données nécessaires à l'établissement d'une machine soufflante.* — Lorsqu'on veut établir une machine soufflante, il faut connaître la nature du combustible, car de ses qualités dépendra la tension de l'air à lancer dans le fourneau. Si le charbon est dense, il faut de l'air à une plus grande tension, que si le charbon est léger.

Il faut également connaître la qualité du minerai, car les minerais fusibles exigent moins de charbon pour se réduire, que les minerais difficilement fusibles.

M. Walter établit que la tension de l'air qui doit alimenter les hauts-fourneaux est

			cent. de mercure
Pour charbon de bois tendre,	de.	.	2 à 3
Pour charbon de bois résineux,	de.	.	3 à 4
Pour charbon de bois dur,	de.	.	4 à 6
Pour coke léger,	de.	.	8 à 13
Pour coke dur et compacte,	de.	.	13 à 19

Lorsque les charbons sont humides, la tension de l'air doit être plus considérable.

On trouve également dans l'ouvrage de M. Walter sur la métallurgie du fer, les quantités de charbon nécessaires pour produire une certaine quantité de fonte, pour les différentes espèces de minerais.

En employant le charbon de bois, la quantité de charbon pour produire 100 kilogrammes de fonte,

Pour minerais fusibles, rendant	25 à	30 p. 100	est de	66^k à	90
	30	35	»	90	110
	35	40	»	120	130
Pour minerais moyennement fusibles, rendant. .	30	40	»	110	140
	40	50	»	140	180
	50	60	»	180	210
Pour minerais difficilement fusibles, rendant. .	30	40	»	160	200
	40	50	»	210	250
	50	60	»	250	300

En employant le coke, pour produire également cent kilogrammes de fonte,

Pour minerais fusibles.	est de	180 à 210.
Pour minerais moyennement fusibles		210 à 260.
Pour minerais difficilement fusibles.		260 à 300.

De plus, la quantité d'air nécessaire par minute, pour produire la combustion de 1 kil. de charbon de bois ou de houille, est de

m. cubes
7, 714.

Les données nécessaires à l'établissement d'une machine

soufflante seront donc : la tension de l'air ou la nature du combustible; la nature du minerai; la quantité de fonte à produire en 24 heures.

§ 653. *Vitesse de l'air.* — Cette vitesse se détermine par la formule (a) du § 446, dans laquelle p est la pression sur un mètre carré à l'intérieur de la machine soufflante, p' la pression à l'extérieur, et d le poids d'un mètre cube d'air à la température moyenne, poids qu'on trouvera à l'aide de la formule (c) du § 530.

§ 654. *Travail utile et travail moteur.* — Sachant qu'il faut 7^m, 714 d'air par minute pour brûler 1^k de charbon, puisqu'on connaît la quantité de fonte à produire, on connaîtra également la quantité de charbon à brûler, et le volume d'air à lancer. Ce dernier volume étant déterminé par seconde, en le multipliant par la densité, on aura le poids et par suite la masse de l'air à lancer.

Le travail utile de cet air en mouvement est égal à la moitié de la force vive qu'il possède ou

$$\text{Travail utile} = \frac{mV^2}{2} \dots . \ (1).$$

Ajoutant un tiers de cette quantité pour les frottements et les résistances de l'air dans les tuyaux, on aura le travail moteur.

§ 655. *Rayon des tuyères.* — Connaissant le volume d'air à lancer et la vitesse, on en déduira le rayon des tuyères par la formule du § 457, qui donne la dépense d'un courant de gaz. En désignant ici par E le volume d'air à lancer par seconde, cette formule est

$$E = m\pi r^2 V \dots . \ (2)$$

de laquelle on tirera la valeur de r, en donnant à m une valeur déterminée par la forme de l'orifice.

§ 656. *Dimensions du cylindre de la machine soufflante. Course, vitesse et nombre d'oscillations du piston.* — On fait généralement la hauteur du cylindre égale à son dia-

mètre. D'où il suit que ce dernier pourra être déterminé quand on connaîtra le volume d'air à lancer. A cause des fuites on augmente d'un quart le volume d'air à lancer, ou on l'égale aux 0, 8 du volume du cylindre. On a alors l'équation

$$E = \frac{0,8\, n\, \pi\, r^2 . 2\, c}{60} \dots (1),$$

dans laquelle E désigne le volume à lancer par seconde, n le nombre d'oscillations par minute, r le rayon, c la course simple du piston.

On donne aux pistons une vitesse moyenne de 1^m par seconde. D'où

$$1^m = \frac{n . 2\, c}{60} \text{ et } n = \frac{60}{2\, c}.$$

Comme on fait

$$c = 2\, r,$$

on a donc

$$n = \frac{60}{2 . 2\, r} = \frac{15}{r}.$$

Substituant dans (1), il vient

$$E = \frac{0,8 . 15\, \pi\, r^2 . 4\, r}{60\, r} = 0,8\, \pi\, r^2. \text{ D'où}$$

$$r = \sqrt{\frac{E}{0,8\, \pi}} \dots (2)$$

en mètres

§ 657. *Ouvertures des soupapes.* — On donne aux orifices des *soupapes d'aspiration* une étendue de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{12}$ de la section du cylindre, dans les petites machines où la vitesse du piston est plus petite qu'un mètre. Dans les grandes machines, on donne à ces orifices de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{9}$ de la section du cylindre

Les soupapes d'expiration ont $\frac{1}{22}$ de la section du cylindre.

Les conduits ont $\frac{1}{20}$ de cette même section.

§ 658. *Etablissement d'une machine soufflante à piston.* — Soit proposé d'établir une machine soufflante à piston propre à alimenter un haut-fourneau au coke donnant 3000^k de fonte en 24 heures.

Le minerai est difficilement fusible, et le coke dur et compacte exige un air dont la tension soit de $0^m, 19$. La température moyenne de l'air est de 10°.

Le poids d'un mètre cube d'air à cette température (c) § 530 $= 1^k\ 5609$.

La vitesse de cet air $V = 180^m, 17$.

En admettant que le minerai exige 280 kil. de coke pour 100 kil. de fonte, il faudra en 24 heures 8400 kil. de coke pour produire les 3000 kil. de fonte et 350 kil. par heure.

Le poids du charbon par minute $\frac{350}{60}$ étant multiplié par 7,714 § 652, donne

Le volume d'air à lancer par minute $= 45^{\text{m. cubes}}$.

Le volume à lancer par seconde $= 0^{\text{m. cube}}, 75$.

Le poids de cet air $= 0,75 \times 1,5609 = 1^k, 170675$.

D'où le travail utile (1) § 654 $= 1941^{k.m}, 4$.

Et le travail moteur $= 2588^{k.m}, 5 = 35$ chevaux.

Faisant $m = 0,96$, le rayon de la tuyère (2) § 655 $= 0^m, 0464$.

Le rayon du cylindre (2) § 656, $r = 0^m, 68249$.

Course du piston $= 1^m, 36498$.

Nombre d'oscillations du piston par minute $= \frac{15}{r} = 22$.

La vitesse du piston $= 1^m$.

Le rayon des soupapes d'aspiration $= 0^m, 2158$.

Le rayon des soupapes d'expiration $= 0^m, 1455$.

DONNÉES PRATIQUES POUR SERVIR A L'ÉTABLISSEMENT D'AUTRES USINES.

§ 659. *Filatures de coton.*

Nous empruntons textuellement à l'excellent ouvrage de M. Morin qui a pour titre *Aide-mémoire de mécanique pratique*, quelques-uns des résultats pratiques qu'il a déduits du calcul d'un grand nombre d'usines existantes en France. Ces données peuvent servir à en établir d'autres.

Au Loyelbach, près Colmar.

Nombre et espèce de machines mues par la roue hydraulique.

Métiers à filer de 320 à 400 broches. . . .	80
Cardes	86
Bancs de 83 broches chacun.	8
Bancs à broches en gros.	6
Etirages	5
Nombre total de broches des n^{os} 26 à 30 . .	28000
Nombre de broches avec les machines accessoires mues par force de cheval.	593

Travail transmis par l'arbre du moteur $3535^{k.m} = 47{,}25$ chevaux.

A Schirmeck (Vosges).

Nombre et espèce de machines mues par la roue.

Cardes doubles	10
Cardes simples	46
Bancs de laminoirs	5
Bancs de lanternes	5
Bancs à broches en fin	3
Métiers en fin	60

Nombre total de broches des n^{os} 36 à 80 . . 14634

Nombre de broches des n^{os} 36 à 80, avec les machines accessoires, mues par force de cheval. 520

Travail transmis par l'arbre du moteur $2100^{k.m} = 28$ chevaux.

Roue hydraulique de la nouvelle filature à Sénones (Vosges).

Machines mues par la roue.

Métiers à filer.	62
Broches des n^{os} 40 à 44.	15000
Bancs à broches	8
Machines à parer	4
Métiers à tisser	24
Cardes	70
Poids de coton filé par an.	90000 k.
Produit d'un métier à tisser par jour, en $\frac{3}{4}$.	12 mètres.
Force du moteur 2314	= 30, 9 chevaux.

M. Morin fait remarquer que depuis que les observations précédentes ont été faites, la fabrication du coton filé a reçu de notables perfectionnements, et emploie de nouvelles machines accessoires, de sorte qu'on ne peut plus compter qu'une force de cheval fasse marcher 500 broches, mais seulement 400 à 450 pour les n^{os} 40 à 60 avec leurs machines accessoires.

On estime qu'une machine à parer exige la force d'un cheval au moins.

§ 660. *Papeteries.*

Papeterie à pilons à Ars, près Metz.

Poids des pilons 110

Distance du centre de gravité à l'axe de rotation . . . . 1,^{m}25

Elévation du centre de gravité pendant la levée . . . . $0^{m},088$

Nombre de pilons 16

Nombre de levées en 1' { de chaque pilon . 55
{ de tous les pilons . 880

Poids de chiffons broyés en 12 h. par pilon . . 15 k.

Poids de pâte produite. *id.* . 10

Effet utile correspondant à l'élévation d'un pilon. . . . . $110^{k.} \times 0,088^{m} = 9,68^{k.m}$.

Travail du moteur. . . . $202^{k.m} = 2,70$ chevaux.

Travail du moteur pour chaque levée $\frac{202 \times 60}{880} = 13,79$.

Cylindres pour préparer la pâte, à Ars.

Nombre de cylindres en activité 2

Nombre de tours des cylindres en 1'. . . . 220

Poids de chiffons déchirés et raffinés en 12 heures . . . . 240 k.

Qualité des pâtes : moyenne.

Force du moteur . . . . $336^{k.m} = 4,48$ chevaux.

Autre usine du même genre, à Ars.

Nombre de cylindres en activité. 2

Nombre de tours des cylindres en 1'. . . . 220

Poids des chiffons déchirés et raffinés, en 12 heures . . . . 200 à 225

Force du moteur. . . . . $415^{k.m} = 5,54$ chevaux.

A Vasselonne (Bas-Rhin).

Un cylindre pour préparer la pâte de qualité moyenne, fabrique 216 kil. de pâte en 24 heures.

Nombre de cylindres en activité { un dégrossisseur / un raffineur }

Force du moteur . . . . $413^{k.m} = 5,50$ chevaux.

§ 661. *Huileries.*

Huilerie à Moulins, près Metz.

Poids des meules.	3000
Nombre de tours de l'arbre vertical en 1' . .	6
Poids de graine chargé à chaque rechange de 10'.	25 k.
Poids de graine broyé en un jour.	1500
Produit en huile en douze heures.	600
Force du moteur	$205^{k.m} = 2,72$ chevaux.

§ 662. *Forges.*

Bocard à Moyeuvre.

Nombre de pilons en trois batteries.	44
Poids d'un pilon.	$85^{kil.}$
Levée des pilons en charge	$0^m,33$
Nombre de levées de chaque pilon, par tour de l'arbre à cames.	3
Nombre de tours de l'arbre à cames en 1'. .	9.933
Nombre de levées en 1'	1786
Nombre de levées de chaque pilon en 1' . .	40,6
Travail du moteur	$840^{k.m}$ 11,20 chevaux.
Effet utile de chaque levée, mésuré par l'élévation des pilons, et pour chaque pilon	$85 \times 0^m,33 = 28^{k.m.}$
Travail transmis par le moteur pour chaque levée	$\frac{840}{44} \times \frac{60}{40,6} = 33^{k.m},7.$

Double bocard du haut-fourneau à Hayange.

Nombre de pilons.	32

Poids d'un pilon . . . . $80^{kil.}$
Levée des pilons en charge. . . . . $0^{m},295$
Nombre de levées de chaque pilon en 1' . . 50
Travail du moteur. . . . . . . $698^{k.m} = 9,3$ chev.
Effet utile de chaque levée mesuré par l'élévation d'un pilon. $80^{k} \times 0^{m},295 = 23^{k.m}\,6$
Travail transmis par le moteur pour chaque levée . . . . . $\frac{698}{32} \times \frac{60}{50} = 26^{k.m},2.$

Le produit d'un seul pilon en 24 heures, en matières concassées, est en mine de 2500

Castine	2500
Cailloux fins.	250
Laitier	1500

Machine soufflante à deux cylindres, servant deux hauts-fourneaux de 12 à 13^m de hauteur et un fourneau à Wilkinson, marchant à l'air froid.

Diamètre des pistons.		$1^{m},746$
Course des pistons		2^{m}
Nombre de courses doubles de chaque piston en 1'.		10,50
Vitesse des pistons en 1".		$0^{m},35$
Pression moyenne de l'air mesurée en colonne de mercure en sus de l'atmosphère.	dans les cylindres.	$0^{m},063$
	près des buses .	$0^{m},059$
Diamètre des buses . .	1^er^ fourneau 2 buses de	$0^{m},060$
	2^e^ fourneau 2 buses de	$0^{m},054$
	Fourneau à la Wilkinson 1 buse de	$0^{m},058$
Volume d'air lancé dans les fourneaux en 1".	1^er^ fourneau	$0^{mc},588$
	2^e^ fourneau	$0^{mc},475$
	Fourneau à la Wilkinson.	$0^{mc},129$
	Total. . . .	$1^{mc},192$

Volume engendré par les pistons

$$2 \times \frac{0.7854\,(1^{m}.746)^{2} \times 2 \times 10 \times 50}{60} = \overset{m.c}{1,68}.$$

Rapport du volume d'air expulsé au volume engendré par les pistons.

$$\frac{1,192}{1,680} = 0,707 = \frac{5}{7}.$$

Travail du moteur . . . $1736^{k.m} = 23,17$ chevaux.
Travail par fourneau . . . . 775 = 10,30 chevaux.
Pour le fourneau à la Wilkin. 186 = 2,48 chevaux.

Marteau frontal à Framont (Vosges).

Poids total du marteau et de son manche . . 2800 k.
Levée du milieu de la panne au-dessus de la pièce forgée. . . . . $0^{m},32$ à $0^{m},36$
Distance du centre de gravité du marteau à l'axe de rotation . . . . $0^{m}935$
Nombre de coups en 1' 75
Force du moteur . . . . $2250^{k.m} = 30$ chevaux.

Marteau frontal à Moyeuvre (Moselle).

Poids total du marteau. . . . . 4900 k.
Levée du marteau au-dessus de la pièce à forger. . . . . $0^{m},22$ à $0^{m},25$
Nombre de coups en 1'. 75
Force du moteur . . . $2800^{k.m} = 37,25$ chevaux.

Ancien marteau à l'allemande à Framont (Vosges).

Poids	marteau.	325^{k}
	hurasse.	152
	manche.	198
	ferrure.	21
	Total . .	696^{k}

Levée du marteau, mesurée au milieu de la panne au-dessus de la pièce à forger . . . . . . $0^m,45$

Distance du centre de gravité à l'axe . . . . $1^m,80$

Force du moteur	pour 90 coups en 1'. .	10 chevaux.
	pour 100 *id.*	12 chevaux.

Martinet de forge à Framont (Vosges).

Poids	marteau	84^k
	hurasse.	177
	manche.	210
	ferrure	39
	Total. . .	510^k

Distance du centre de gravité en avant de l'axe des tourillons.. . . . . $0^m,51$

Levée du marteau, mesurée au milieu de la panne au-dessus de la pièce à forger. . . . . $0^m,25$

Force du moteur	pour 135 coups. . .	$6^{ch},40$
	pour 150 *id.* . . .	7,54

§ 663. *Laminoirs cannelés employés à la fabrication du fer.*

Usine de Fourchambault.

Nombre de cylindres en activité	4 ébaucheurs	pour les gros fers.
	4 finisseurs	
	3 ébaucheurs	pour les petits fers.
	3 finisseurs	

Nombre de tours des cylindres en 1'	grands cylindres.	60
	petits cylindres..	140

Force du moteur. . . 50 à 60 chevaux.

Produit par mois. . . 600000^k.

Ces équipages de cylindres font le service de 20 fours à pudler et à souder, dont quelques-uns sont en réparation.

Laminoirs cannelés.

Un équipage de deux cylindres ébaucheurs à souder et de deux cylindres finisseurs.

Nombre de tours des cylindres en 1' 60

Nombre de fours servis par cet équipage { à pudler... 5 à 6
à souder... 2 }

Force du moteur. . , ... 33 à 37 chevaux.

Produit de 5 fours à pudler en un mois. . . 300000^k.

id. 2 fours à souder 300000

Laminoir à petite tôle.

Deux laminoirs à petite tôle.

Nombre de tours en 1'. 50

Force du moteur . . . . 25 à 30 chevaux.

Produit en un mois. . . . . 60000 kil.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

Composition et décomposition des vitesses.

Chute des corps.

Mouvement d'un corps sur un plan incliné.

Mouvement des projectiles.

Pendule.

Force centrifuge.

Théorie du travail des forces.

STATIQUE. — *Composition des forces.*

Des cordes.

Des poulies.

Du tour et des roues.

Du plan.

De la vis.

Des forces motrices et de leur mesure.

Considérations générales sur les machines en mouvement.

Circonstances principales des machines en mouvement.

De l'établissement des machines industrielles.

Des communicateurs du mouvement.

Des engrenages.

Des régulateurs.

Des manivelles.

Théorie et établissement des volants.

DEUXIEME PARTIE.

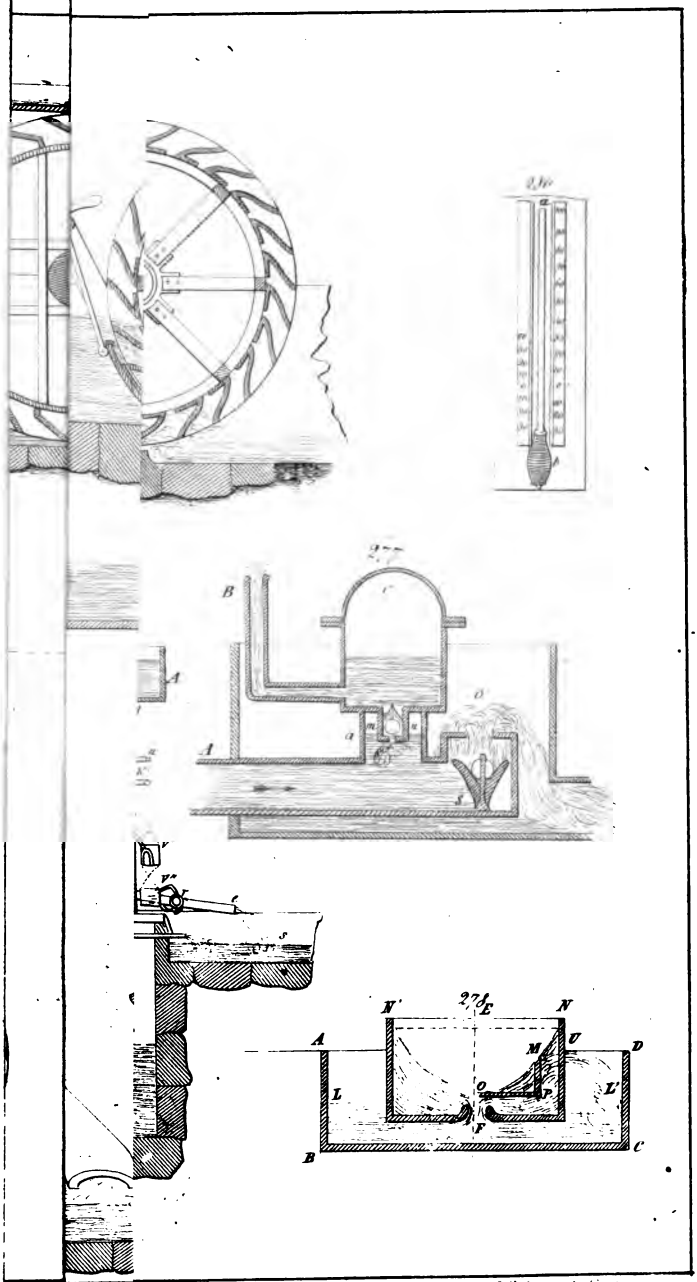
DES FLUIDES. — *Notions préliminaires.*

Des pompes.

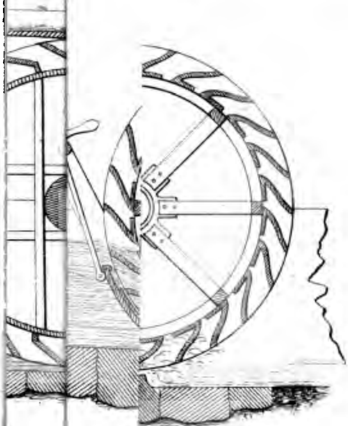
Mouvement des liquides.

Des machines à vapeur.

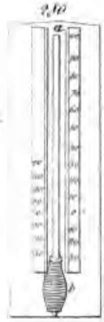
FIN DE LA TABLE.



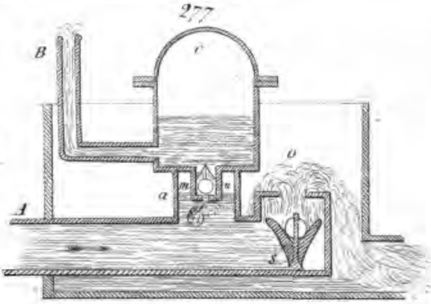
Lith Cosnier et Lachèse Angers

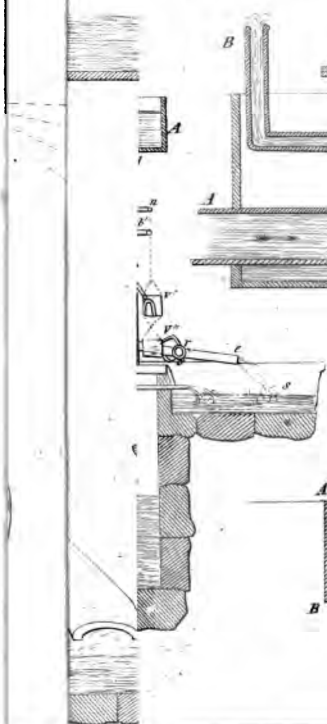


276

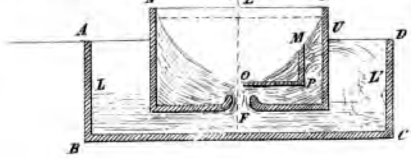


277



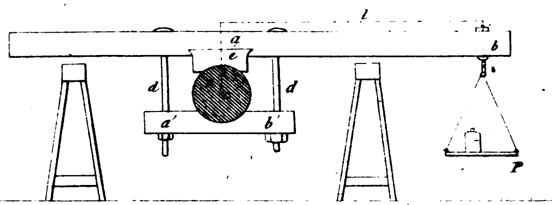


278

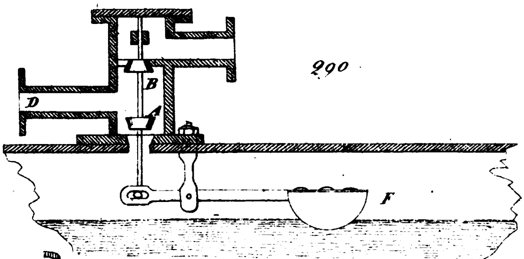


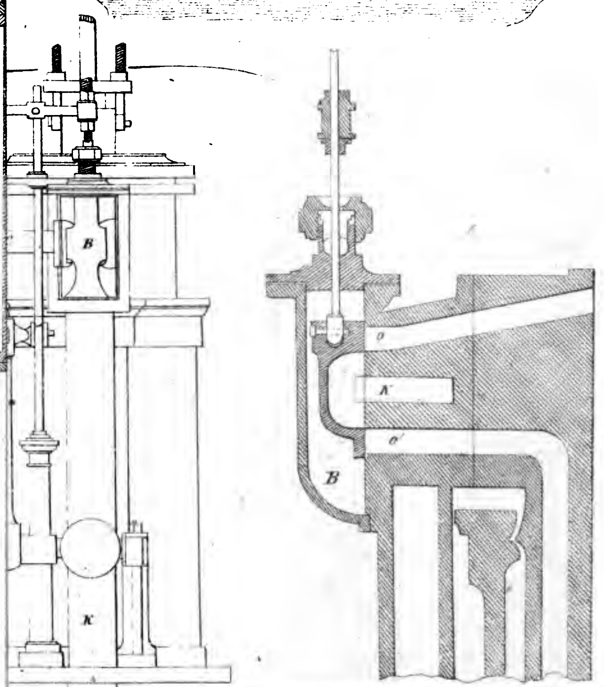
Lith Cornier et Lachèse Angers

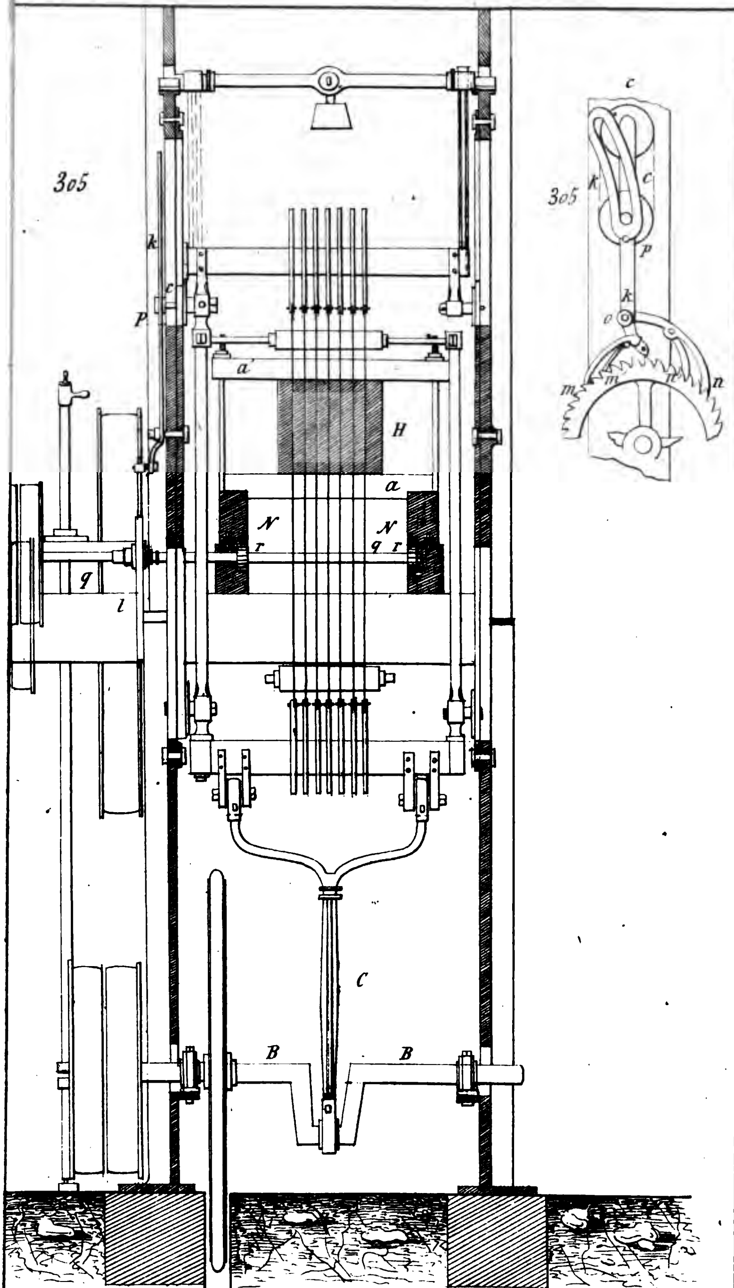
289



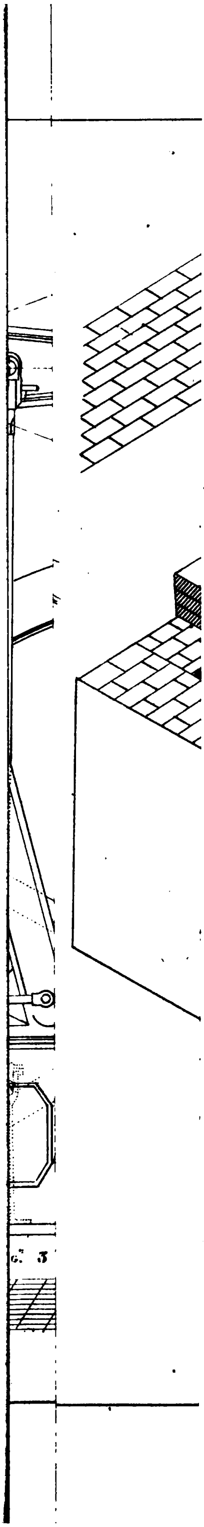
290

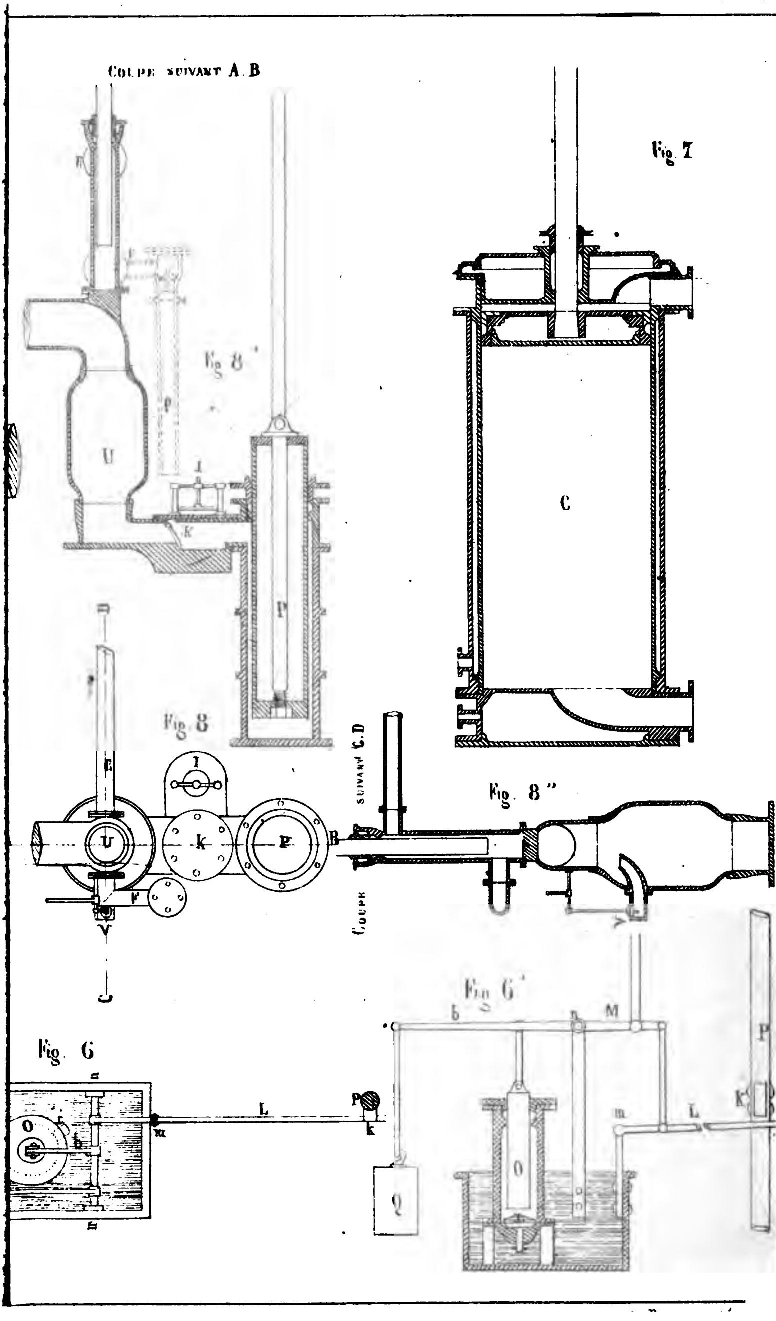




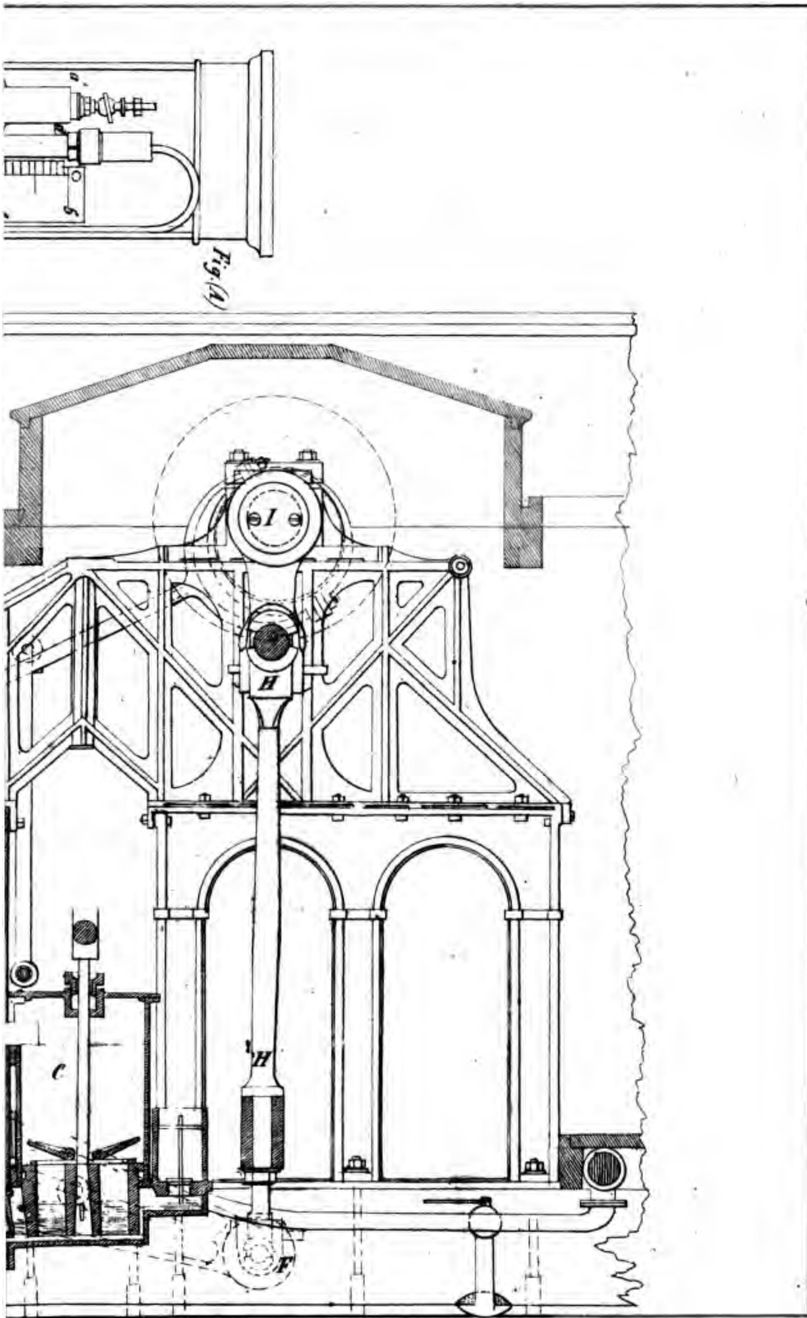


Lith. Cosnier et Lachèse, Angers.

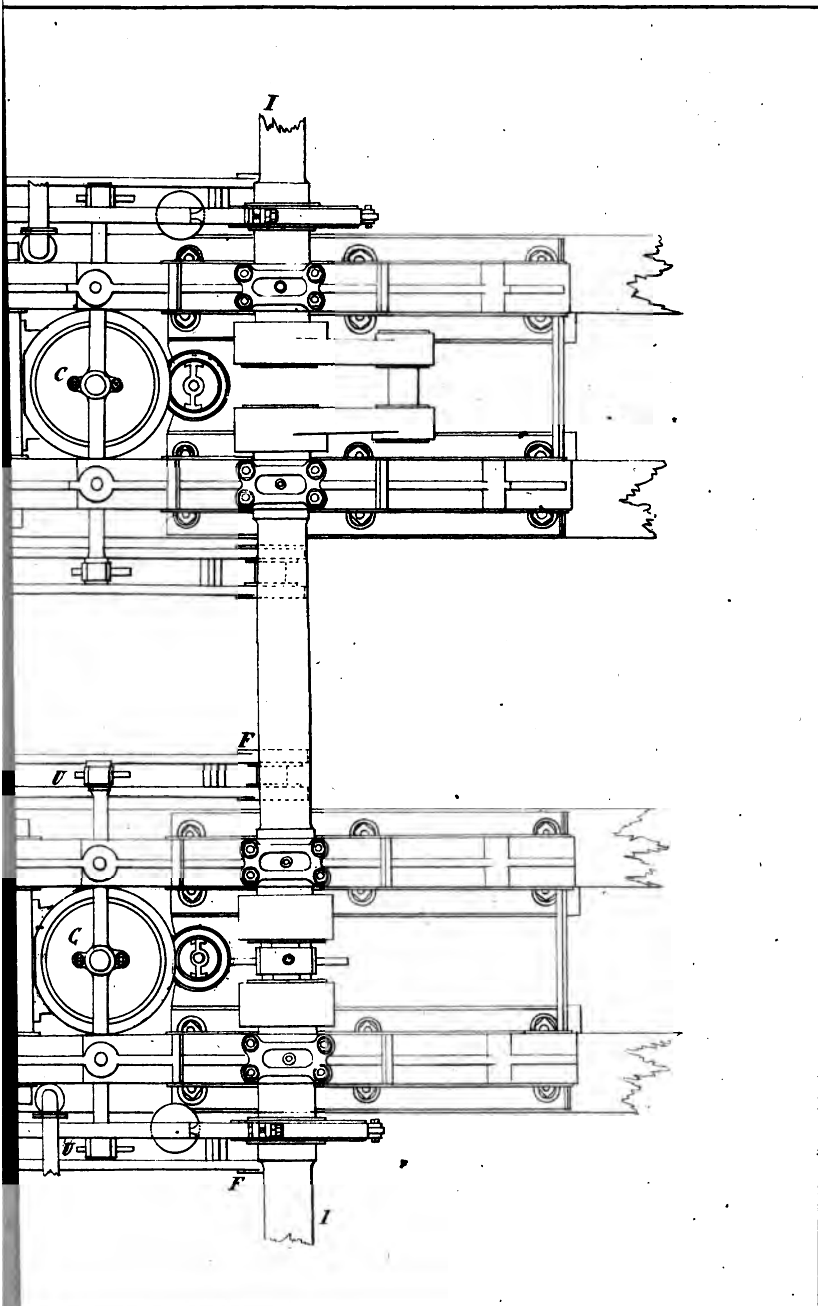



Coupe suivant A.B
Fig. 8'
U
P
Fig. 7
C
Fig. 8
Coupe suivant C.D
Fig. 8"
k
B
Fig. 6'
b
M
P
L
m
Q
O
Fig. 6
L
O

Pl. XII.



Lith. Cosnier et Lachèse, Angers.


I
C
F
U
C
U
F
I